
Моделирование работы трехфазных трансформаторов напряжения с учетом рассеяния магнитного поля

Выполнил:
студент 420 группы Пек Б.Э.

Научный руководитель:
стар. препод. Сафронова Ю.Ф.

Рецензент:
к. физ.-мат. н., доцент Павлейно М.А.

Введение

- В последнее десятилетие значительно возрос научный интерес к развитию детального моделирования силовых трансформаторов (особенно для высших классов напряжения) для создания их уточненных компьютерных моделей на основе учета реальной конфигурации и размеров их магнитной системы.
- Важной особенностью цепей, содержащих трансформаторы, является наличие бросков тока намагничивания (inrush current) во время переходного процесса при включении цепи, что является штатной ситуацией. С инженерной точки зрения, важно уметь отличать inrush-эффект от КЗ (короткого замыкания).
- Для разработки методов защиты от ложных срабатываний аварийных выключателей при бросках тока намагничивания в цепях, содержащих нелинейные индуктивные нагрузки, необходимо построение их математических моделей. В данной работе моделировались процессы в однофазном трансформаторе напряжения, включенном в режиме холостого хода, и в трехфазном трансформаторе напряжения, где обмотки катушек соединены треугольником.

Трехфазный трансформатор напряжения без учета рассеяния (соединение треугольником)

Система уравнений:

$$\begin{aligned}
 I_a &= \frac{l_s + 4l_y}{N} H_a - \frac{l_s}{N} H_c & \frac{dB_a}{dt} &= \frac{1}{SN} \left[R \frac{(2I_b + I_c)}{3} + U_a - U_b \right] \\
 I_b &= -\frac{l_s + 2l_y}{N} H_a + \frac{l_s}{N} H_b & \frac{dB_b}{dt} &= \frac{1}{SN} \left[R \frac{(2I_c + I_a)}{3} + U_b - U_c \right] \\
 I_c &= -\frac{2l_y}{N} H_a - \frac{l_s}{N} H_b + \frac{l_s}{N} H_c & \frac{dB_c}{dt} &= \frac{1}{SN} \left[R \frac{(2I_a + I_b)}{3} + U_c - U_a \right]
 \end{aligned}$$

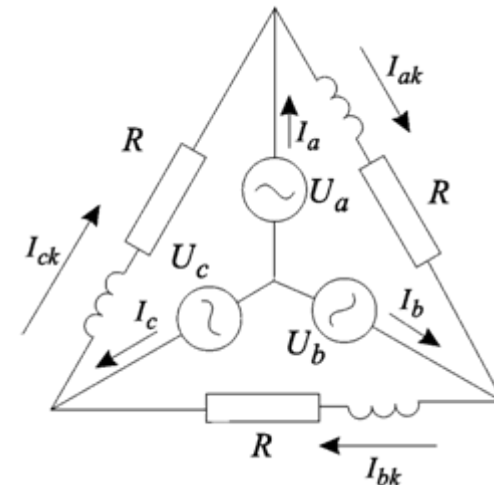
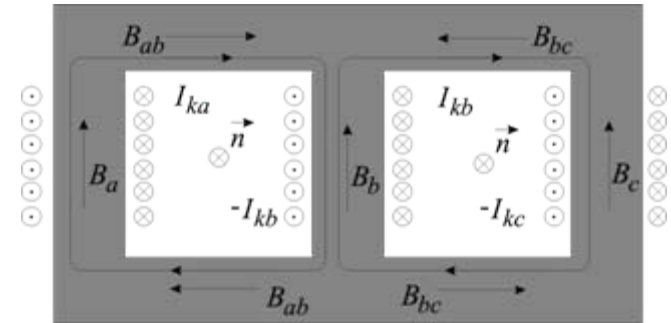
Где $U_i(t)$ – фазовые напряжения, $I_i(t)$ – фазовые токи, R – активное сопротивление обмоток, N – число витков, S – площадь поперечного сечения сердечника, l_s – длина сердечника, l_y – длина яра.

Пусть напряжение на источнике тока меняется по закону:

$$U_a(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ U_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0), & t \geq 0 \end{cases} \quad U_b(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ U_0 \sin\left(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{2\pi}{3}\right), & t \geq 0 \end{cases} \quad U_c(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ U_0 \sin\left(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{4\pi}{3}\right), & t \geq 0 \end{cases}$$

Тогда все процессы в таком трансформаторе зависят лишь от двух параметров:

U_0 – амплитуды напряжения и φ_0 – начальной фазы.

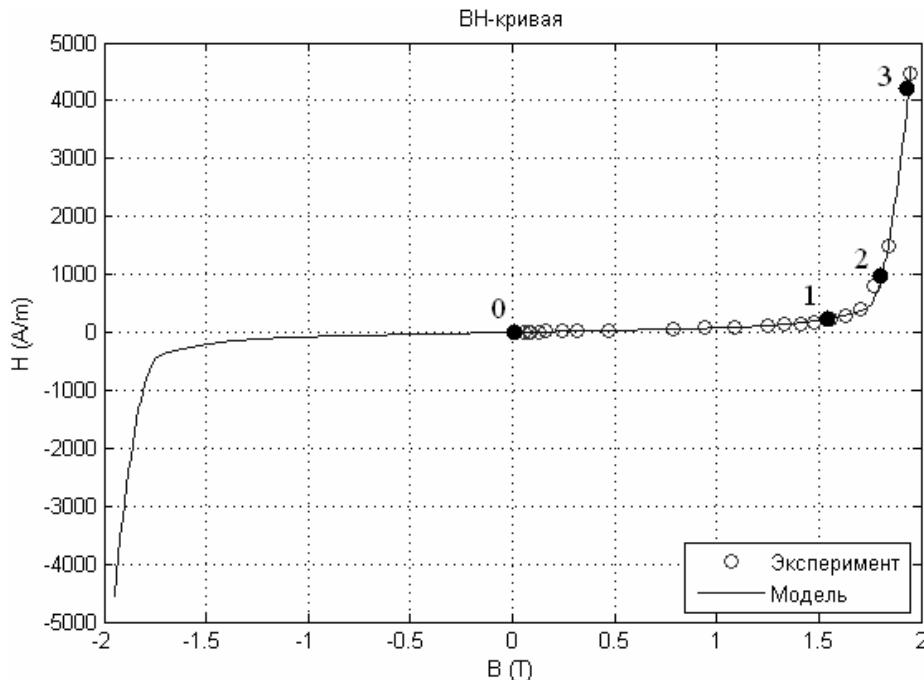


Материальное соотношение среды сердечника

В качестве ВН-кривой стального сердечника были использованы данные измерений для реального трансформатора, аппроксимированные по следующей формуле:

$$H(B) = \begin{cases} aB + bB^7, & |B| < B_s \\ aB + bB^7 + \text{sign}(B) \frac{(|B| - B_s)^2}{\mu_0(\sigma + |B| - B_s)}, & |B| \geq B_s \end{cases}$$

Где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$, а параметры $a = 70$, $b = 6$, $\sigma = 10$, $B_s = 1.73$ подобраны по МНК.



B, Тл	H, А/м
0,06	7,30
0,08	8,66
0,09	10,09
0,13	12,93
0,16	15,48
0,24	21,70
0,32	27,37
0,47	38,78
0,79	62,64
0,94	75,80
1,09	92,96
1,25	116,49
1,33	131,65
1,41	151,60
1,48	175,54
1,56	215,43
1,63	291,23
1,70	386,98
1,77	789,92
1,84	1496,07
1,95	4468,26

Трёхфазный трансформатор напряжения с учетом рассеяния

Система ДУ на индукцию магнитного поля:

$$\begin{cases} \frac{dB_a}{dt} = \frac{1}{SN} [U_a - U_b - RI_{ka}] \\ \frac{dB_b}{dt} = \frac{1}{SN} [U_b - U_c - RI_{kb}] \\ \frac{dB_c}{dt} = \frac{1}{SN} [U_c - U_a - RI_{kc}] \end{cases}$$

Индукция магнитного поля в ярмах с учётом рассеяния:

$$B_{ab} = B_a - \frac{L_0}{S} (I_{ka}N - H_a l_s)$$

$$B_{bc} = B_c - \frac{L_0}{S} (I_{kc}N - H_c l_s)$$

Фазовые токи через магнитные поля:

$$I_a = \frac{1}{N} [(H_a - H_c)l_s + 2(H_{ab} - H_{cb})l_y]$$

$$I_b = \frac{1}{N} [(H_b - H_a)l_s - 2H_{ab}l_y]$$

$$I_c = \frac{1}{N} [(H_c - H_b)l_s + 2H_{cb}l_y]$$

Токи в катушках через фазовые токи:

$$I_{ka} = \frac{1}{2} \left[\frac{S}{L_0 N} [B_a + B_b + B_c] + \frac{l_s}{N} (H_a + H_c) + I_a \right]$$

$$I_{kb} = I_b + I_{ka}$$

$$I_{kc} = I_c + I_{kb}$$

Проблема состоит в том, что для нахождения токов в катушках необходимо знать поле с учетом рассеивания, которое неизвестно, пока не будут вычислены токи. Для решения этой проблемы использовался следующий алгоритм:

$$M_H = \frac{1}{N} \begin{pmatrix} l_s & 0 & -l_s & 2l_y & -2l_y \\ -l_s & l_s & 0 & -2l_y & 0 \\ 0 & -l_s & l_s & 0 & 2l_y \end{pmatrix} \quad M_k = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \quad \vec{H} = \begin{pmatrix} H_a \\ H_b \\ H_c \\ H_{ab} \\ H_{cb} \end{pmatrix}$$

$$I = \begin{pmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{pmatrix} \quad I_k = \begin{pmatrix} I_{ka} \\ I_{kb} \\ I_{kc} \end{pmatrix} \quad I_{00} = \frac{1}{2} \left[\frac{S}{L_0 N} [B_a + B_b + B_c] + \frac{l_s}{N} (H_a + H_c) \right]$$

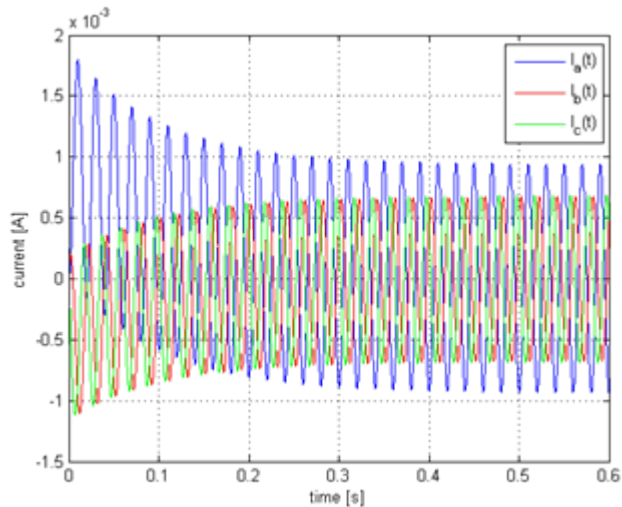
$$I = M_H \vec{H} \quad I_k = M_k I + I_{00} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad I_k = M_k M_H \vec{H} + I_{00} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Для нахождения вектора I_k численно ищется минимум функционала $F[I_k]$:

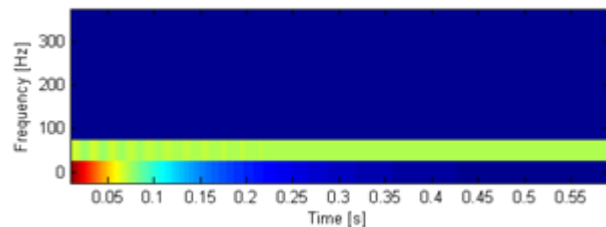
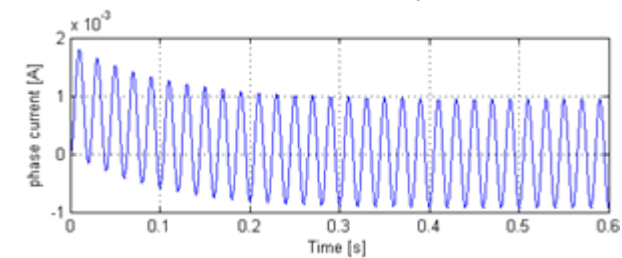
$$F[I_k] = \left| I_k - M_k M_H \vec{H} - I_{00} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right|^2$$

(Минимизируем квадрат модуля. Функция `fminsearch` в MatLab)

Результаты моделирования (линейный участок ВН-кривой)



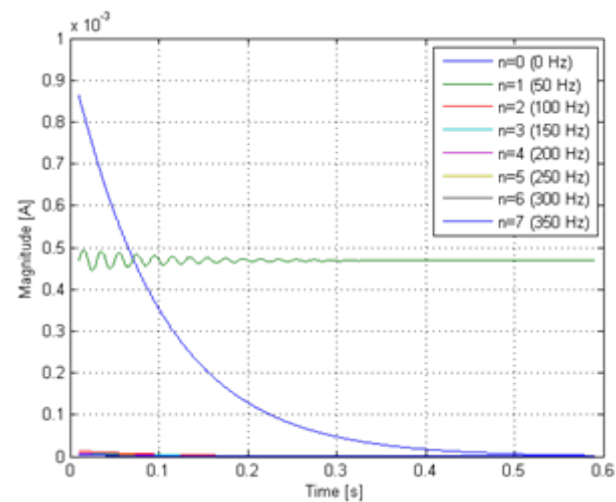
Фазовые токи. $U_0 = 1\text{В}$.



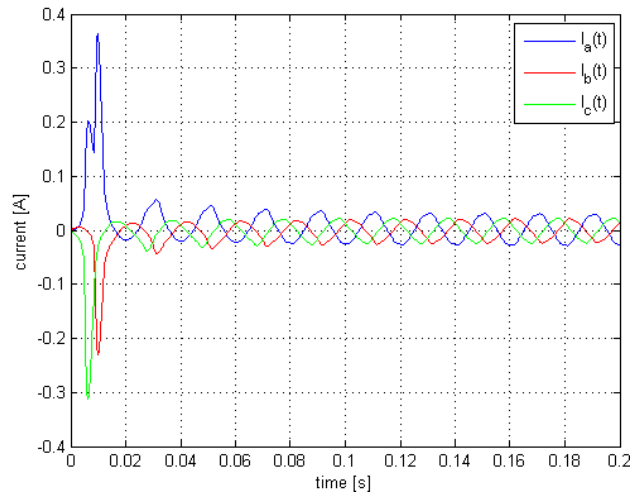
Ток в фазе А и результат оконного преобразования Фурье от времени.

$N = 1000$
 $S = 1 \text{ см}^2$
 $R_0 = 100 \text{ Ом}$
 $l_s = 5 \text{ см}$
 $l_y = 5 \text{ см}$
 $L_0 = 1 \text{ мкГн}$

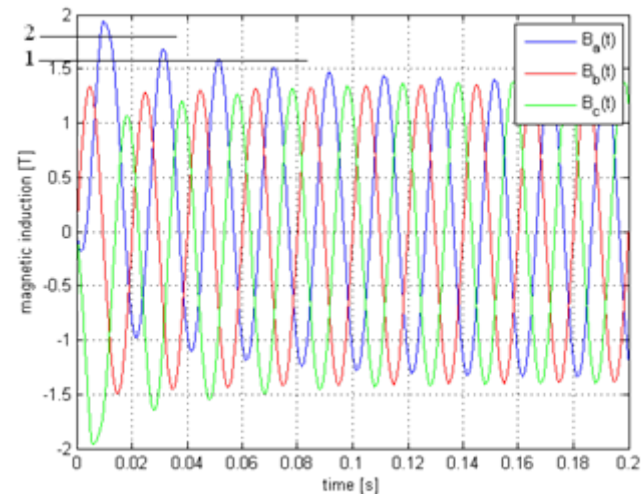
Время переходного процесса примерно 0.5с (25 периодов).



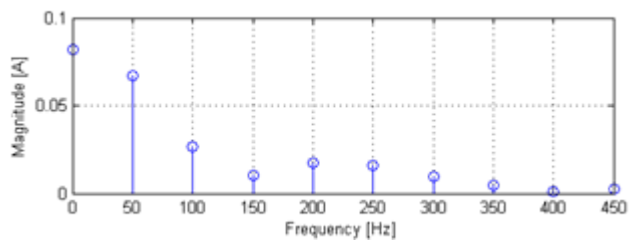
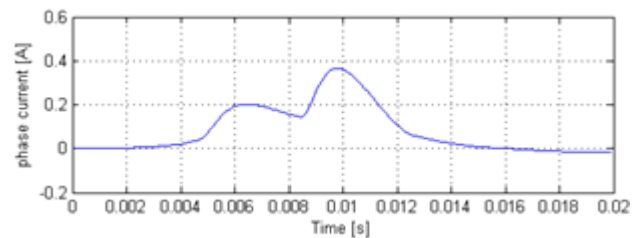
Результаты моделирования (inrush-эффект)



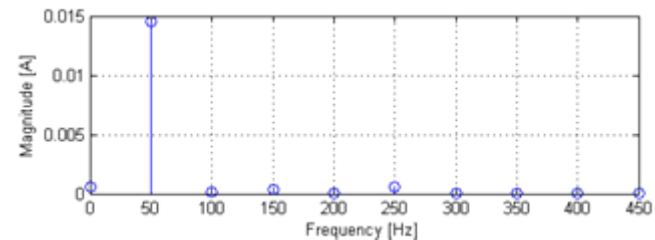
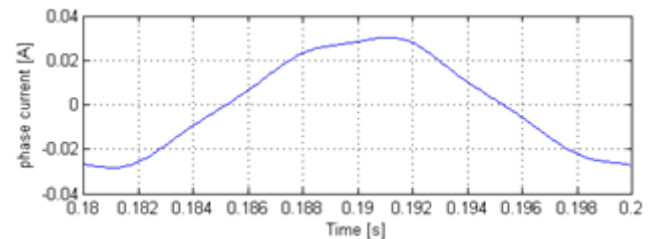
Фазовые токи. $U_0 = 25\text{В}$.



Индукция магнитного поля. $U_0 = 25\text{В}$



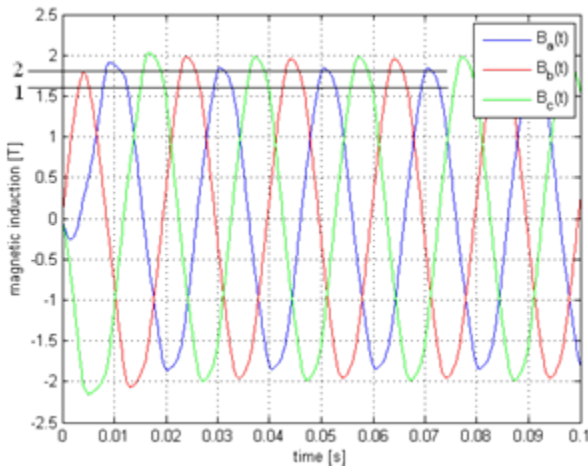
Ток на первом периоде и его спектр.



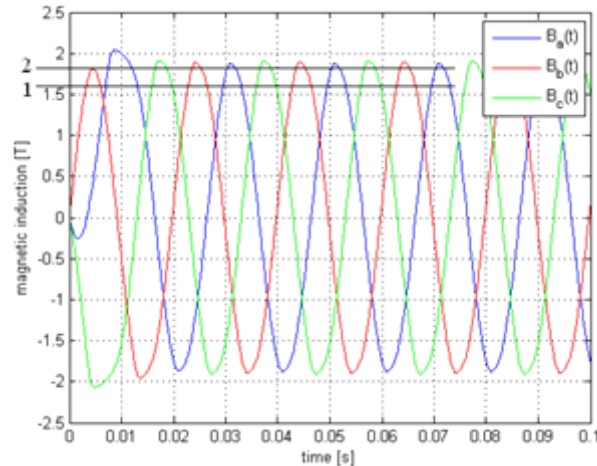
Ток на последнем периоде и его спектр.

Результаты моделирования (inrush-эффект)

Модель без учета рассеяния:

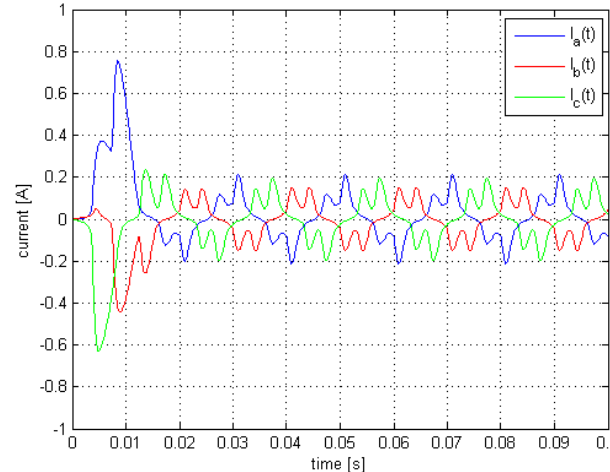
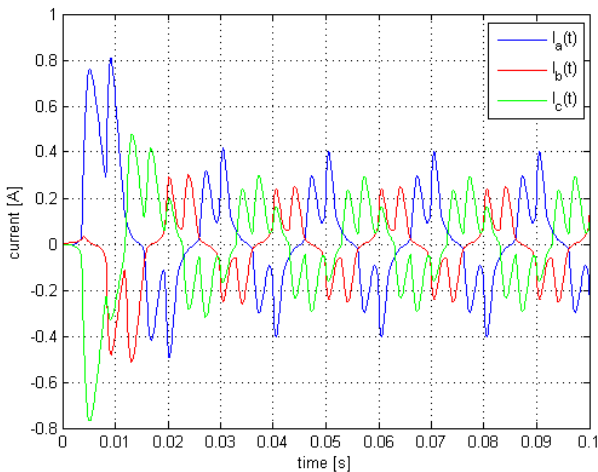


Модель с учетом рассеяния:



Видно, что поле B проходит нелинейный участок ВН кривой и доходит до насыщения даже в установившемся режиме.

Индукция магнитного поля. $U_0 = 35\text{В}$.

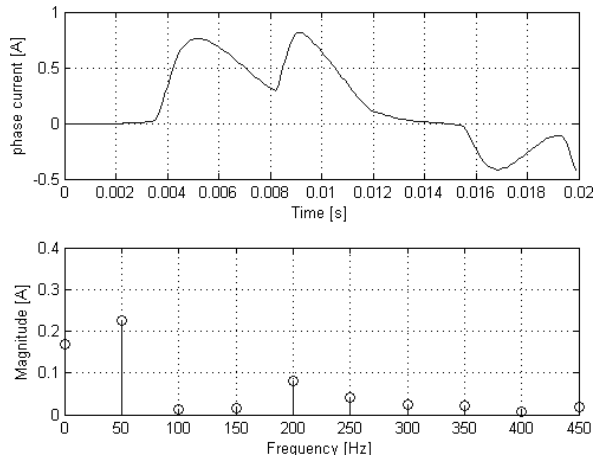


Амплитуда тока I_a в стационарном режиме в модели, учитывающей рассеяние, в 2 раза меньше, а амплитуда на первом периоде меньше лишь на 7%.

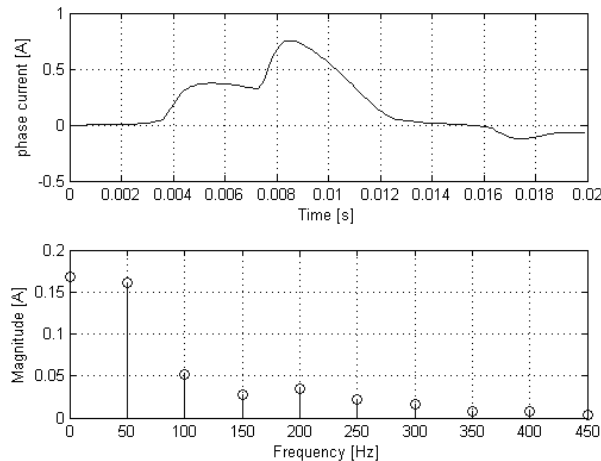
Фазовые токи. $U_0 = 35\text{В}$.

Локально-временные спектры

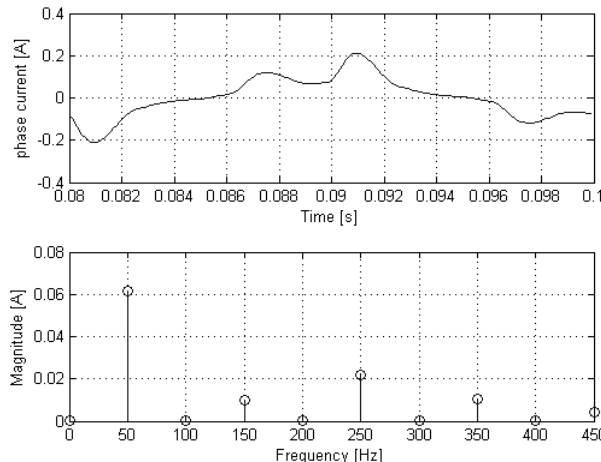
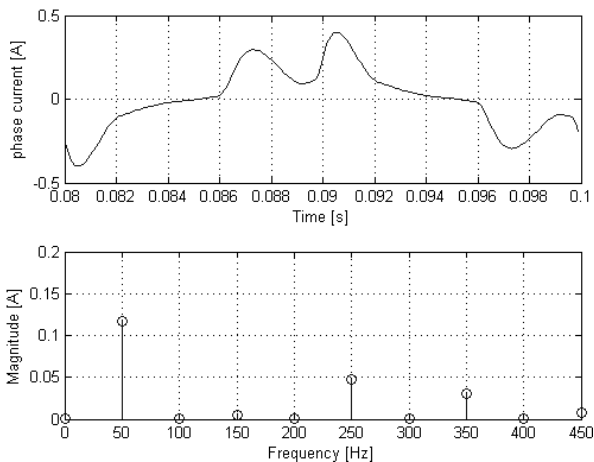
Модель без учета рассеяния:



Модель с учетом рассеяния:



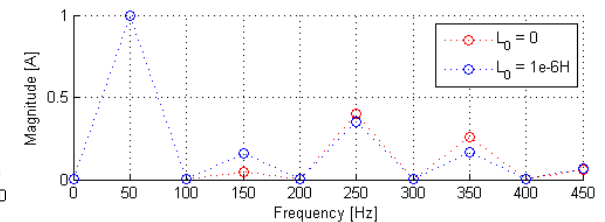
Ток на первом периоде и его спектр.



Ток на последнем периоде и его спектр.

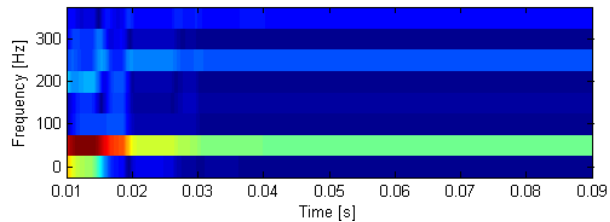
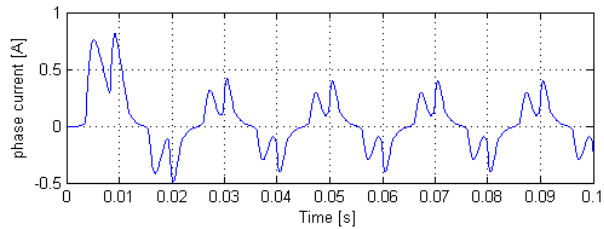
Даже в стационарном режиме соотношение между амплитудами гармоник различно, поскольку поле в сердечнике близко к насыщению и влияние слагаемого, учитывающего рассеяние, становится существенным.

Спектры тока на последнем периоде, нормированные на амплитуду основной гармоники.

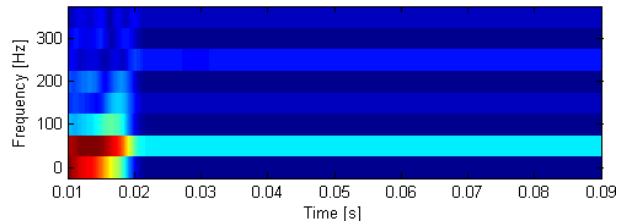
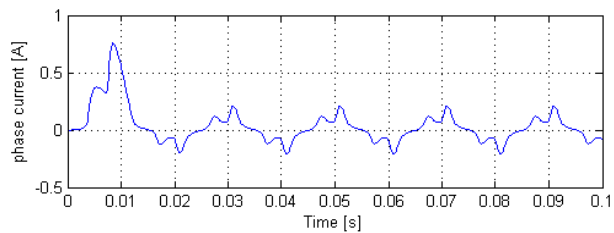


Оконное преобразования Фурье

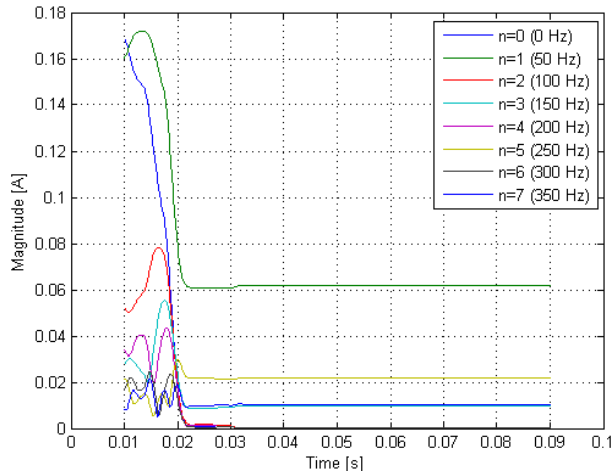
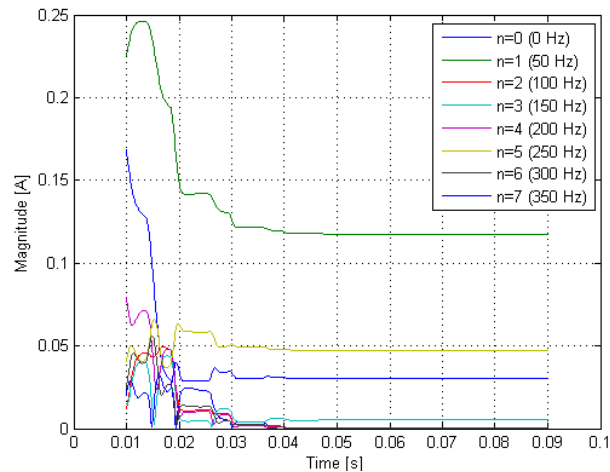
Модель без учета рассеяния:



Модель с учетом рассеяния:



Ток в фазе А и результат оконного преобразования Фурье от времени.

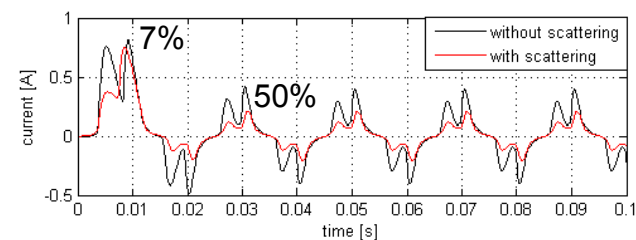
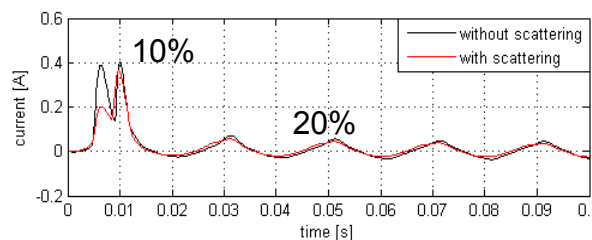
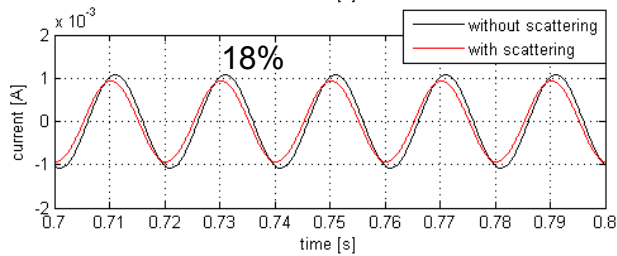
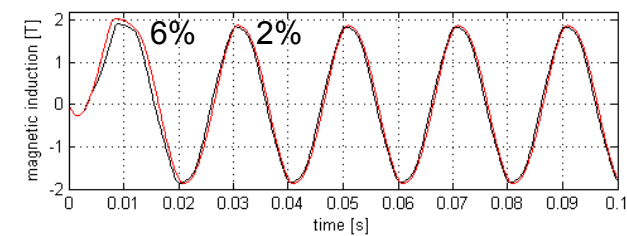
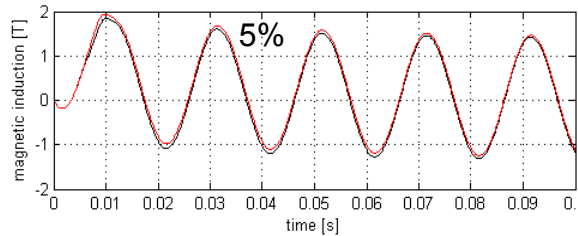
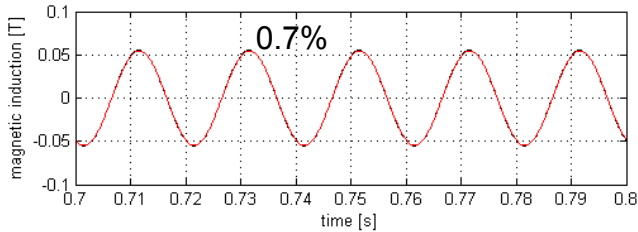


Амплитуды первых семи гармоник от времени.

В модели без учета рассеяния время переходного процесса примерно 1.5 периода, в другой модели – 1 период, что на порядок меньше, чем в линейном случае.

Сравнение результатов моделей с учетом рассеяния и без

Индукция магнитного поля и ток в фазе А.



$U_0 = 1B.$

$U_0 = 25B.$

$U_0 = 35B.$

Из графиков видно, что индукция магнитного поля внутри сердечника больше в модели, учитывающей рассеяние, но катушечный ток в ней меньше, за счет наличия диссипативного слагаемого.

Заключение

- Для моделирования была выбрана среда MatLab, т.к. в ней проще реализовывать сложные алгоритмы и решать полученные аналитически ДУ. Кроме того, не возникает проблем с несовместимостью моделей в разных версиях программы, как это, к примеру, имеет место в Simulink.
- Придуман и успешно применен алгоритм для решения моделей, учитывающих рассеяние.
- Написаны программы для расчета моделей однофазного трансформатора, получены результаты, проведен их качественный анализ. На базе этих программ были написаны программы для расчета моделей трехфазного трансформатора (соединение треугольником) учитывающей рассеяние магнитного потока и без его учета. Проведен сравнительный анализ результатов расчета этих двух моделей.
- С помощью ОПФ были построены графики зависимостей амплитуд гармоник сигнала от времени. Эти графики наглядно представляют процессы затухания четных гармоник и постоянной составляющей сигнала и выход нечетных гармоник на постоянное значение после бросков намагничивания на первых периодах.