

Санкт-Петербургский Государственный Университет
Физический факультет

Направление «Прикладные Математика и Физика»
специальность «Электрофизика»

Моделирование лавинно-стримерного перехода и развития
положительного стримера в воздухе

Магистерская работа

Выполнил:
студент 6 курса Пек Б.Э.
Руководитель:
д. физ-мат. н., профессор Стишков Ю.К.
Рецензент:
д. физ-мат. н., профессор Ключарев А.Н.

Санкт-Петербург
2010

Содержание

1. Введение	2
1.1. Формулировка проблемы и постановка задачи	2
1.2. Теория	3
1.2.1. Лавины	3
1.2.2. Стримеры	5
2. Моделирование	10
2.1. Система уравнений	10
2.2. Параметры модели	11
2.2.1. Подвижность частиц	11
2.2.2. Коэффициенты диффузии	12
2.2.3. Коэффициент ударной ионизации электронным ударом	13
2.2.4. Коэффициент прилипания	14
2.2.5. Коэффициенты объемной рекомбинации	15
2.3. Начальные и граничные условия	16
2.4. Требования к конечно-элементной сетке	17
2.5. Настройки численного решателя	18
3. Анализ результатов	19
3.1. Фаза лавины и лавинно-стримерный переход	19
3.2. Этапы развития стримера	20
3.3. Влияние дополнительных источников ионизации на развитие стримера	24
3.4. Влияние коэффициента диффузии электронов на развитие стримера	25
4. Сравнение с другими моделями	27
5. Заключение	31
Список литературы	32
Приложения	33
Приложение А	33
Приложение Б	33

1. Введение

1.1. Формулировка проблемы и постановка задачи

В сильных электрических полях проявляются процессы, ограничивающие применение газообразных диэлектриков в качестве электрической изоляции между электропроводящими элементами. При повышении напряженности электрического поля в любом диэлектрике, после достижения определенного уровня возникает электрический пробой промежутка. Термин газовый пробой имеет несколько значений. Наиболее употребляемое – искровой пробой. Наряду с этим употребляются другие термины: лавинный разряд, стримерный и лидерный разряд [1].

Искровой электрический пробой – образование под действием высокого напряжения электропроводного плазменного канала в диэлектрике между электродами изоляционного промежутка. При этом диэлектрик перестает быть диэлектриком и напряжение между электродами существенно уменьшается за счет разряда заряженной емкости диэлектрика через образовавшийся канал. После отключения изоляционного промежутка с жидким или газообразным диэлектриком от источника напряжения канал разряда в жидкости и в газе исчезает и после прохождения некоторого времени напряжение можно снова подавать на устройство. Электрическая изоляция этих материалов частично или полностью восстанавливается [1].

В твердых диэлектриках канал разряда разрушает сам материал и не происходит самовосстановления. Напряжение на устройстве практически невозможно подать после единичного пробоя. Напряжение, при котором происходит электрический пробой промежутка, называется электрической прочностью промежутка.

В настоящее время наиболее распространенным [1] является мнение, что лидерному разряду предшествует стримерный, а стримерному – лавинный. Поэтому для предотвращения искрового разряда газового промежутка необходимо тщательное изучение процессов в стримерном разряде.

В последние десятилетия значительно возрос научный и промышленный интерес к развитию детального моделирования стримерных разрядов в газах и жидкостях.

Благодаря бурному росту производительности современной вычислительной техники, стал возможным расчет сложных физических процессов, с использованием существенно меньшего количества приближений, чем обычно делается при аналитических вычислениях. Появилось специализированное программное обеспечение, которое упрощает работу инженерам и позволяет производить академические исследования.

Но основным судьей при оценке достоверности теорий по-прежнему остается эксперимент.

Развитие экспериментальной техники тоже не стоит на месте. В последние годы широкое распространение получили различные цифровые измерительные устройства. Благодаря чему существенно упростилась процедура проведения экспериментов и обработки полученных данных.

Такая методика экспериментальной работы широко применяется и у нас на кафедре в процессе обучения и при выполнении дипломных работ. Тем не менее, некоторые передовые технические устройства для нас пока недоступны в виду их дороговизны. Например, фотокамеры с очень коротким временем экспозиции (в настоящее время уже существуют и успешно используются камеры с выдержкой в сотни пикосекунд [2]).

К счастью, в свободном доступе (в печатных версиях научных журналов и на специализированных сайтах^{1,2}) имеются статьи многих авторов, которые занимаются экспериментальными исследованиями. Их работы можно использовать для сравнения с результатами теоретических изысканий.

¹Journal of Physics D: Applied Physics (<http://iopscience.iop.org/0022-3727>)

²arXiv.org → Physics (<http://arxiv.org/list/physics/recent>)

1.2. Теория

1.2.1. Лавины

Элементарным механизмом, определяющим протекание большинства разрядных явлений в газовой изоляции, является ударная ионизация. Ударная ионизация – процесс ионизации нейтральных молекул или атомов, путем соударения заряженной частицы с нейтральным атомом или молекулой, вследствие которого появляется один (чаще всего) или несколько новых электронов и ион (атомарный или молекулярный).

Если к промежутку между электродами в газе приложено напряжение, то заряженные частицы кроме тепловой скорости хаотического движения приобретают под действием электрического поля некоторую усредненную продольную скорость $V_d = bE$, называемую дрейфовой. Коэффициент пропорциональности b называется подвижностью частиц. Так, например, подвижность электронов обычно составляет порядка 10^{-2} м²/В·с, для ионов – 10^{-4} м²/В·с.

Для ионизации нейтрального атома или молекулы, заряженная частица должна набрать кинетическую энергию выше потенциала ионизации. В низкотемпературной плазме ударная ионизация происходит исключительно за счет энергии электрона (подробности ниже).

Ионизационные процессы развиваются по типу лавины. Первичный электрон, двигаясь в поле до столкновения с нейтральным атомом или молекулой, проходит (в среднем) расстояние, называемое (ионизационной) длиной свободного пробега l .

В разряженных газах и в достаточно высоких электрических полях электрон способен приобрести энергию достаточную для ионизации, не совершая упругих столкновений, на расстояниях меньших тепловой длины свободного пробега. В этом случае структура лавины наиболее простая – экспоненциальный рост количества заряженных частиц вдоль силовой линии электрического поля:

$$N_e(x) = N_0 \exp[\alpha x]$$

Коэффициент ударной ионизации, обозначаемый обычно α и называемый еще первым коэффициентом ударной ионизации Таунсенда, определяется по увеличению тока в промежутке между электродами в результате ионизации молекул газа при столкновениях с электронами. Процесс ионизации ведет к образованию новых свободных электронов. Эти свободные электроны, в свою очередь, приобретают энергию поля, достаточную для ионизации, то есть для образования новых электронов.

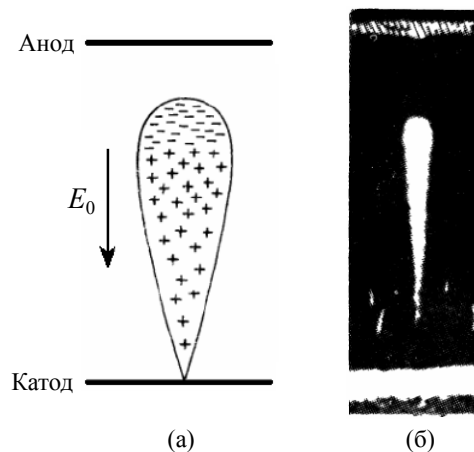


Рис. 1. Схематическое очертание контура лавины (а) и фотография лавины (б), полученная в камере Вильсона (газ CO_2 , горизонтальные полосы – электроды).

Упругие удары о молекулы разворачивают электрон в случайном направлении, а электрическое поле стремится повернуть скорость электрона вдоль силовой линии поля. В результате электроны постепенно смещаются в поперечном (относительно силовой линии) направлении,

происходит диффузия. Таким образом, в этих условиях лавина напоминает «облако» электронов, движущихся сквозь газ из нейтральных частиц.

Ионы движутся примерно в 100 раз медленнее электронов, и их движением по сравнению с движением электронов можно пренебречь. Ионы «остаются на месте», они образуют своеобразный след лавины в виде конуса. Поскольку электроны и ионы в приложенном электрическом поле движутся в противоположные стороны, возникает разделение зарядов – головка лавины содержит почти одни электроны и заряжена отрицательно, а след лавины содержит только ионы и заряжен положительно (рис. 1а).

При высокой концентрации частиц (например, в воздухе при атмосферном давлении), длина свободного пробега электронов мала. И при низкой напряженности электрического поля, основную роль в ударной ионизации играет кинетическая энергия за счет теплового движения электронов.

Благодаря тому, что при столкновении низкоэнергетических электронов с нейтральными частицами является упругим (из-за существенной разности между массами), электроны могут постепенно накапливать энергию между актами соударения, черпая ее от электрического поля. Никакие другие, более тяжелые частицы, не способны накопить энергию. Например, ионы тоже разгоняются в электрическом поле, но при первом же столкновении с нейтральной молекулой, они теряют значительную часть энергии. В результате, средняя энергия ионов близка к средней энергии нейтральных молекул, и разгон ионов в электрическом поле приводит лишь к медленному повышению температуры газа. А значит и в этом случае, основную роль в ударной ионизации играют электроны.

Потерять энергию свободный электрон может при ионизации нейтральной частицы (ударной ионизации или прилипанию), при возбуждении ее электронно-колебательных уровней, в реакциях диссоциации молекул, а так же при электрон-ионной рекомбинации.

Необходимые для расчета разряда свойства реакции описываются сечением. Точнее, зависимостью сечения реакции от энергии электрона $\sigma(\epsilon)$. Однако для оценок и инженерных расчетов существует более удобная величина – число столкновений на единицу длины по дрейфу. Для ионизации эта величина называется просто коэффициент ионизации α_{ion} , для прилипания α_{adh} коэффициент прилипания α_{adh} . В качестве аргумента функции берут не энергию электрона, а напряженность поля E , поскольку исходно в задаче известна именно она. В результате, мы можем представлять, что электрон движется по силовой линии электрического поля и испытывает на единицу длины $\alpha_{\text{ion}}(E)$ ионизаций и $\alpha_{\text{adh}}(E)$ прилипаний.

В отличие от сечения, коэффициенты α_{ion} и α_{adh} зависят от давления. Например, для α_{ion} справедлив закон подобия:

$$\alpha_{\text{ion}}(E, P) = P \cdot f(E/P)$$

Здесь f – некоторая функция, специфичная для данного газа. Лавинный процесс возможен, если вероятность прилипания меньше, чем вероятность ионизации, тогда число электронов в лавине будет нарастать. Это будет выполняться при:

$$\alpha_{\text{ion}}(E) > \alpha_{\text{adh}}(E) \quad (1)$$

При $E \rightarrow 0$ коэффициент ионизации стремится у нулю, а коэффициент прилипания, напротив, стремится к бесконечности. Дело в том, что у ионизации есть энергетический порог, и в отсутствии источника энергии электрону его не преодолеть, у реакции прилипания порога нет, она энергетически выгодна. Таким образом, условие (1) устанавливает нижнюю границу напряженности, при которой возможно развитие лавины. При меньшей напряженности лавина быстро затухает. При атмосферном давлении в воздухе эта граница составляет около 24.5 кВ/см.

Важно помнить, что границы применимости коэффициентов прилипания и ионизации уже, чем границы применимости сечения реакции. Основное условие – электрон сталкивается только с нейтральными невозбужденными молекулами, столкновениями с «вторичными

частицами» можно пренебречь. Под вторичными частицами понимаются все те частицы, которых нет в исходном составе газа – они появляются в результате разрядного процесса. Это ионы, возбужденные молекулы, продукты диссоциации. В том числе необходимо пренебрегать и столкновениями электронов между собой. Таким образом, коэффициенты ионизации и прилипания применимы при малых концентрациях электронов.

1.2.2. Стримеры

Напомним определение лавины. Это облако электронов, распространяющихся в газе, в электрическом поле – однородном или неоднородном, не влияя на это поле. Благодаря ионизации электронным ударом, количество электронов в лавине возрастает, объемный заряд лавины тем не менее недостаточно велик, чтобы значительно повлиять на поле. Для перерождения лавины в стример в ней должно достигаться достаточно высокое усиление. Поле пространственного заряда должно вырасти до величины порядка приложенного, иначе не будет причин для нарушения нормального хода развития лавины. В не слишком длинных промежутках, при не очень больших напряжениях на неплоских электродах, это может произойти, когда лавина исчерпывает весь резерв усиления, т.е. достигает анода. В противном случае, свободные электроны из лавины погибнут (на катоде; в реакциях прилипания и рекомбинации) и стример не появится.

В случае, когда стример зарождается у самого анода, в области наибольшего пространственного заряда, и прорастает к катоду. Такой стример называют *катодонаправленным* или *положительным* (из-за того, что на головке стримера сосредоточен положительный заряд). В более длинных плоских промежутках, при большей напряженности электрического поля, число зарядов в первичной лавине становится достаточно большим раньше. Лавина перерождается в стример, не достигнув анода. В этом случае стример прорастает к обоим электродам. Если стример образуется, когда лавина еще недалеко ушла от катода, он прорастает в основном в сторону анода. Такой стример называют *анодонаправленным* или *отрицательным*.

Рассмотрим образование анодонаправленного стримера (рис. 2). Число электронов в лавине экспоненциально возрастает, и в определенный момент объемный заряд начнет сильно влиять на электрическое поле. Свойства электронного облака при этом меняются, и возникает новый объект – стример (рис. 2).

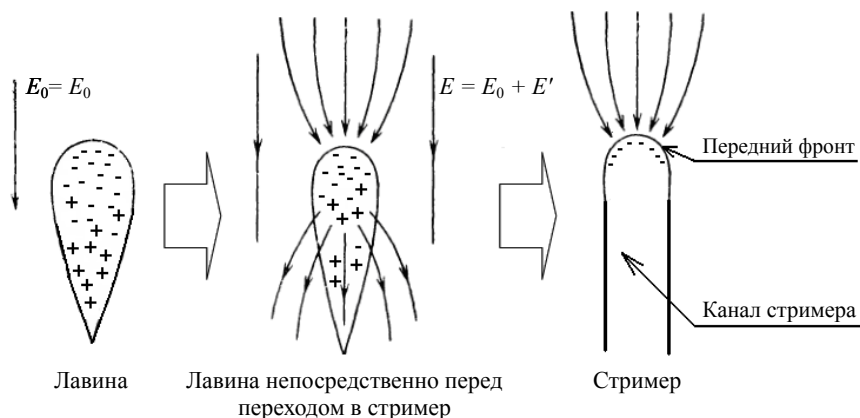


Рис. 2. Условная схема лавинно-стримерного перехода вдали от электродов с образованием анодонаправленного стримера. На переднем фронте поле сильное и там находится максимум ударной ионизации. В канале стримера находится квазиплазменное образование, поле в нем низкое и ионизации невозможна.

В отличие от лавины стример состоит из плазмы, то есть в нем выполняется условие квазинейтральности. Внутри стримера заряды разного знака скомпенсированы, плотность заряда отлична от нуля только на поверхности, электрическое поле «выталкивается» из стримера

– внутри него напряженность много меньше напряженности вне стримера. В то же время газ в стримере ионизован далеко не полностью, степень ионизации составляет $10^{-6} - 10^{-5}$.

Механизм распространения не такой, как у лавины – ионизация происходит на поверхности стримера, напряженность поля здесь может быть много больше внешнего поля. Форма стримера также отличается от формы лавины – если лавина представляла собой почти сферическое размытое облако заряда, стример – вытянутый ветвящийся тонкий канал.

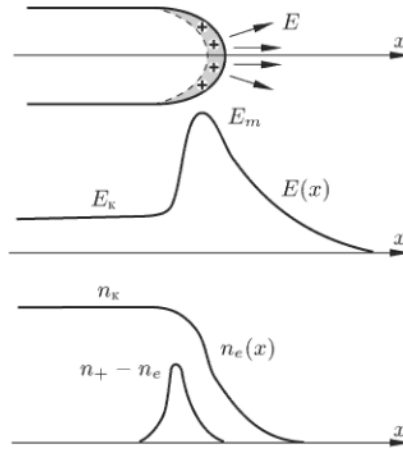


Рис. 3. Схема передней части катодонаправленного стримера и качественные распределения плотности электронов n_e , разности плотностей $n_+ - n_e$ (объемный заряд) и продольного поля на оси для газа без отрицательных ионов.

Рассмотрим структуру сформировавшегося катодонаправленного стримера (рис. 3). Основной ионизационный процесс протекает в области сильного поля у стримерной головки, которое создается в основном ее собственным зарядом.

Перед головкой, где объемный заряд мал, поле спадает. E_{\max} – максимальное поле стримера, которое достигается в передней точке головки. Тот радиус, на котором поле максимально, называют радиусом головки r_{\max} . С ним примерно совпадает и начальный радиус приближенно цилиндрического канала, который тянется за головкой. Переднюю часть условно полусферической поверхности головки можно называть фронтом волны ионизации. За фронтом, т.е. в сторону канала, в основном и сосредоточен заряд стримерной головки. Поле там уменьшается, падая до малой по сравнению с E_{\max} величины. Силовые линии, радиально расходящиеся перед головкой, выпрямляются внутри головки, приобретая осевое направление внутри плазменного канала стримера.

Мысленно расчленим на ступени непрерывный процесс прорастания стримера. В области сильного поля перед головкой идет ионизация молекул воздуха ударами электронов. Необходимые для этого начальные затравочные электроны подготавливаются стримером заранее. Их появление обязано излучению квантов, которым всегда сопровождается процесс ионизации из-за электронного возбуждения молекул. В воздухе активно работают высоко возбужденные молекулы N_2 . Испускаемые ими кванты ионизируют молекулы O_2 , которые обладают более низким, чем N_2 , потенциалом ионизации. Излучение сильно поглощается, однако его интенсивности достаточно, чтобы обеспечивать начальную концентрацию электронов порядка $10^{11} - 10^{12} \text{ м}^{-3}$ на расстоянии около 0.1 см от головки.

Рождение электронов у катода или далеко от ионного следа интереса в данном случае не представляет, так как ведет к образованию лавины, аналогичной первой. Вырванные фотонами электроны кладут начало вторичным лавинам, которые втягиваются в след, ибо результирующее поле направлено именно таким образом. Поскольку одновременно развивающихся лавин очень много, они сплошным образом заполняют пространство перед головкой, образуя новую плазменную область (рис. 4).

В области, где газ только что ионизовался (непосредственно перед головкой) происходит разделение зарядов. В положительном стримере электроны утекают в сторону головки,

нейтрализуя ее положительный заряд (рис. 4б). Головка становится нейтральной и появляется новый участок канала. В то же время смещение электронов обнажает положительный заряд в только что ионизованной области – головка смещается вперед. Таков механизм продвижения катодонаправленного стримера. В отрицательном стримере (рис. 4а) механизм развития аналогичен, только лавины движутся от стримерной головки к аноду.

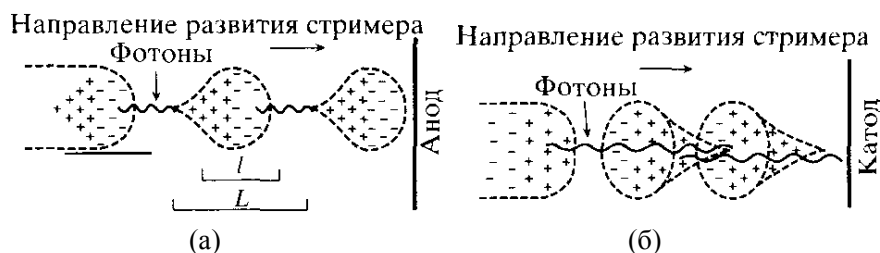


Рис. 4. Механизм распространения стримера с участием фотоионизации для анодонаправленного (а) и катодонаправленного (б) стримера.

В отличие от лавины, скорость продвижения стримера оказывается не привязана к реальной скорости движения электронов. В самом деле, начальная электронная плотность подготавливается излучением стримера, которое почти мгновенно перекрывает значительное расстояние. А лавинный процесс начинается, когда в данной области значительно повысится электрическое поле. Таким образом, скорость распространения стримера оказывается связана со скоростью ионизации излучением и скорости распространения электрического поля. Если электроны движутся со скоростями порядка $10^5 - 10^6$ м/с, стример в тех же внешних полях может двигаться со скоростями $10^6 - 10^7$ м/с.

Модели, в которых считается, что скорость движения стримера много больше дрейфовой скорости электронов в любой точке стримера, называются моделями *быстрого стримера*.

Непосредственно после того как фронт стримера прошел данную точку пространства, концентрация электронов и положительных ионов здесь очень высока – около 10^{19} 1/м³. Однако, как было указано выше, стример движется вперед, положение головки смещается, и через короткое время область высокоионизованного газа оказывается не на переднем фронте, где поле высоко, а внутри плазменной области, где напряженность поля низка. Ионизация электронным ударом здесь идти не может, не хватает напряженности. Концентрация электронов начинает падать вследствие процессов электрон-ионной рекомбинации, а в электроотрицательных газах (например, воздухе) – еще и вследствие прилипания. Последний механизм гораздо эффективнее рекомбинации.

В результате через короткое время после прохождения фронта через данную точку концентрация электронов в канале сильно падает. Из заряженных частиц в канале остаются отрицательные и положительные ионы. Участок канала от точки, где становится мала концентрация электронов, до начала канала, называется *ионным каналом*. Другая часть, примыкающая к головке, где концентрация электронов высока, называется *электронным каналом*. В воздухе длина ионного канала гораздо больше длины электронного канала.

Прежде всего, падение концентрации электронов сказывается на проводимости канала, поскольку она пропорциональна подвижности заряженных частиц. Проводимость ионного канала на два порядка ниже проводимости головки стримера.

Отсутствие электронов в ионном канале приводит также к тому, что этот участок стримера почти не светится – возбуждение электронным ударом здесь почти не идет. Этот эффект позволяет непосредственно наблюдать два участка стримера на опыте. Чтобы зафиксировать головку на кадре фотосъемки, нужна очень маленькая экспозиция – порядка наносекунд (рис. 6 для 1 нс). Как правило, используются камеры со значительно большей экспозицией, они фиксируют интегральную картину распространения стримера, в результате чего кажется, что светится весь канал (рис. 6 для 300 нс).

Свойства стримера сильно зависят от того, к электроду какой полярности они направлены. На рисунке 5 показаны характерные для стримерных процессов видеокadres при воздействии на межэлектродный промежуток грозовым импульсом. Отрицательные стримеры значительно короче положительных, границы канала очерчены не резко, ветвятся они мало. Распространяются преимущественно вдоль силовых линий поля. Положительные стримеры активно ветвятся, резко поворачивают, медленнее затухают, имеют очень тонкие разветвленные каналы.

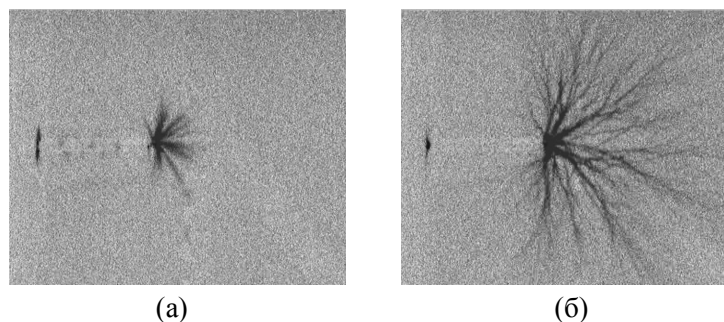


Рис. 5. Отрицательные стримеры (а) и положительные стримеры (б). Радиус сферы 2.5 мм, расстояние от сферы до плоского электрода 20 см. Напряжение 120 кВ.

Возможно следующее объяснение разницы в поведении стримеров.

Электроны, образованные в результате фотоионизации, могут появляться на значительном расстоянии от головки. Если стример положительный, такие электроны притягиваются к положительно заряженной головке и, таким образом, перемещаются в область все более и более сильного электрического поля. Возникает быстро растущая лавина. Головка отрицательного стримера оказывает на электроны противоположное действие – электроны отталкиваются от нее, уходя в область со слабым полем.

В результате электроны, образованные в результате фотоионизации, мало участвуют в процессе распространения в случае отрицательного стримера. Развитие стримера происходит за счет электронов на фронте стримера и «обычного» механизма ионизации электронным ударом.

Естественно при этом, что отрицательный стример распространяется хуже – в нем не работает механизм фотоионизации, который обеспечивает хорошее распространение положительного стримера. Ветвление положительного стримера объясняется тем, что электроны фотоионизации образуются на значительном расстоянии от головки. Они образуются в случайных точках, в результате канал может ветвиться и сильно поворачивать.

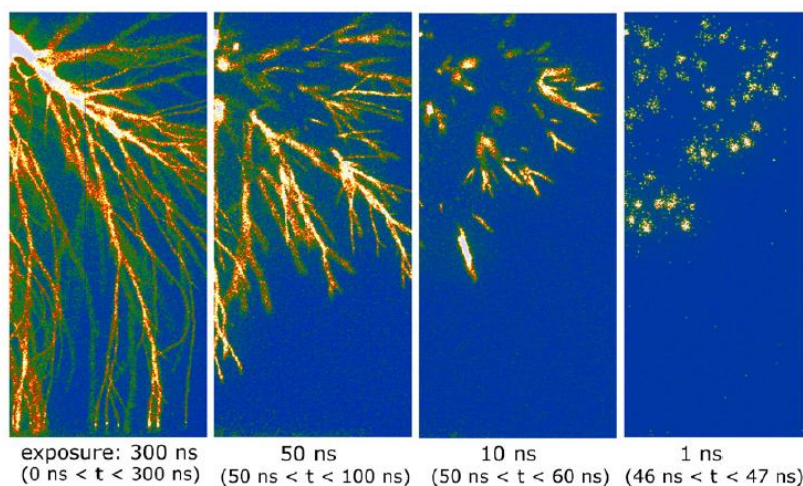


Рис. 6. Съемка стримерных каналов с разной экспозицией [3].

Наиболее полную информацию о структуре стримеров может дать регистрация излучения стримеров. Скоростная съемка позволяет вместо интегральной «нитевидной» структуры стримерного канала увидеть движение локализованных светящихся областей (рис. 6), которые можно сопоставить с головками стримеров [3]. При уменьшении экспозиции светящиеся области укорачиваются, пока, при достижении экспозиции 1 нс, мы не получаем приблизительно шарообразные области.

Регистрация излучения с высоким пространственным разрешением позволяет показать, что источник излучения головки – поверхность плазмы. Так, в работе [2] рассмотрен стример от тонкой иглы (радиус скругления менее 10 мкм). Расстояние от иглы до противоэлектрода-плоскости составляло 30 мм, напряжение 38 кВ, давление 460 мм рт.ст. (примерно 2/3 атм). Съемка велась с выдержкой 300 пикосекунд.

На рисунке 7 слева показаны результаты съемки. Кажется, что излучение исходит из головки в целом. Однако если воспользоваться осевой симметрией системы и восстановить при помощи преобразования Абеля реальную картину распределения источников излучения по радиальной и осевой координатам, становится видно, что излучение идет с поверхности головки, а не из объема (рис. 7г). А если учесть, что за время экспозиции фронт ионизации успевает сместиться, то область с максимумом интенсивности ионизации должна быть еще уже.

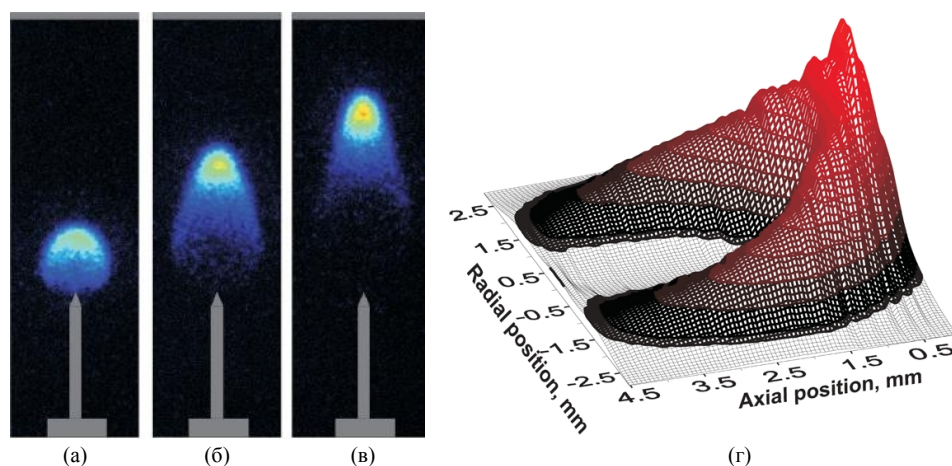


Рис. 7. Слева – излучение стримера в моменты времени 5 нс, 10 нс, 15 нс после начала высоковольтного импульса. Справа – восстановленное распределение излучения по радиальной и аксиальной координатам [2].

Стримеры сильно меняются с давлением. Как показано на рисунке 8, при фиксированном напряжении радиус стримеров увеличивается. При низком давлении образуется зонная картина свечения, напоминающая тлеющий разряд [4].

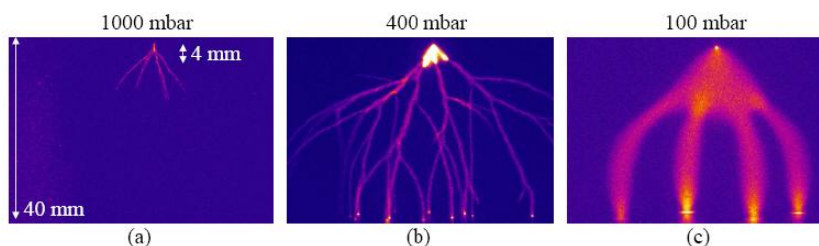


Рис. 8. Стримеры в системе игла–плоскость при напряжении 10 кВ [4]. Выдержка: (а) 60 мкс; (б) 10 мкс; (с) 0.5 мкс.

Есть указания на то, что крупные образования в верхних слоях атмосферы т.н. спрайты («sprites»), представляют собой волны ионизации типа стримера, но благодаря низкому давлению, поперечный размер канала достигает 50 м.

2. Моделирование

Основной метод, используемый для компьютерного моделирования развития стримера в газах – решение системы уравнений в частных производных для концентраций частиц и электрического поля в осесимметричном приближении [5, 6]. В [7] этот метод был применен для моделирования развития электронных лавин в неоднородном электрическом поле; были выявлены эффекты значительного отклонения профиля лавины от функции Гаусса вплоть до появления локального максимума концентрации электронов у поверхности активного электрода. При увеличении напряжения в той же системе становится возможен следующий после лавины этап разряда – лавинно-стримерный переход [1] с последующим развитием стримера; моделирование этих явлений описано в данной работе.

Использована упрощенная модель воздуха, включающая лишь основные реакции, что позволило выявить влияние отдельных механизмов ионизации на структуру и динамику развития стримера. В отличие от [7, 8], кинетические эффекты не учитываются, используется дрейфово-диффузионное приближение, поскольку оно отражает все основные закономерности развития лавин и стримеров [6]. Система уравнений в частных производных решалась в программном пакете *Comsol* методом конечных элементов.

2.1. Система уравнений

Система уравнений состоит из транспортных уравнений для положительных и отрицательных ионов и электронов, и уравнения Пуассона:

$$\begin{cases} \frac{\partial n_e}{\partial t} + \operatorname{div} \left[-D_e \nabla n_e - b_e n_e \vec{E} \right] = \nu_{\text{ion}}(E) n_e - \nu_{\text{adh}}(E) n_e - c_{\text{ei}} n_e n_+ + S_{\text{ph}} + S_{\text{un}} \\ \frac{\partial n_+}{\partial t} + \operatorname{div} \left[-D_+ \nabla n_+ + b_+ n_+ \vec{E} \right] = \nu_{\text{ion}}(E) n_e - c_{\text{ei}} n_e n_+ - c_{\text{ii}} n_+ n_- + S_{\text{ph}} + S_{\text{un}} \\ \frac{\partial n_-}{\partial t} + \operatorname{div} \left[-D_- \nabla n_- - b_- n_- \vec{E} \right] = \nu_{\text{adh}}(E) n_e - c_{\text{ii}} n_+ n_- \\ \Delta \varphi = -\frac{e}{\epsilon_0} (n_+ - n_- - n_e); \quad \vec{E} = -\nabla \varphi \end{cases} \quad (2)$$

Здесь n_e , n_+ и n_- – концентрации соответственно электронов, положительных и отрицательных ионов, φ – электрический потенциал. Функция источника для электронов учитывает рождение за счет ударной ионизации с частотой $\nu_{\text{ion}}(E)$, гибель при прилипанию с частотой $\nu_{\text{adh}}(E)$, гибель при электрон-ионной рекомбинации с коэффициентом c_{ei} . Функция источника для положительных ионов учитывает рождение за счет ударной ионизации и гибель при электрон-ионной и ион-ионной рекомбинации (для последней задан коэффициент c_{ii}).

Функция источника для отрицательных ионов учитывает их рождение за счет прилипания электронов к нейтральным частицам и гибель при ион-ионной рекомбинации. Зависимости частоты ионизации и прилипания от напряженности поля получены путем аппроксимации экспериментально полученных кривых, опубликованных в [6, 9–12].

Для выявления влияния разных источников ионизации на структуру и динамику стримера рассмотрены три качественно разные модели: без фотоионизации и внешнего источника ($S_{\text{ph}} = 0$, $S_{\text{un}} = 0$), с внешним источником ионизации ($S_{\text{ph}} = 0$, $S_{\text{un}} \neq 0$) и с фотоионизацией за счет излучения стримера ($S_{\text{ph}} \neq 0$, $S_{\text{un}} = 0$). Далее фотоионизация и ионизация внешним источником называются для краткости дополнительными источниками ионизации (в противовес ударной ионизации, основному источнику).

Для учета внешнего источника ионизации (например, подсветка ультрафиолетом) к функции источников электронов и положительных ионов добавлялись соответствующее дополнительное слагаемое:

$$S_{\text{un}} = \frac{n_{\text{max}} - n_e}{\tau}$$

Здесь n_{\max} – максимальная фоновая концентрация свободных электронов, которую может обеспечить внешний источник ионизации, τ – характерное время, за которое источник выводит концентрацию на фоновый уровень. В приведенных результатах задавались значения $\tau = 0.01$ нс; $n_{\max} = 10^7$ м⁻³. Такой источник обеспечивает постоянную однородную концентрацию электронов в области вокруг стримера.

Для учета фотоионизации излучением стримера в систему уравнений добавлялось стационарное уравнение диффузии для фотонов высоких (около потенциала ионизации молекулы кислорода и выше) энергий, способных привести к фотоионизации молекул воздуха:

$$-\Delta n_{\text{ph}} = -l^2 n_{\text{ph}} + g\nu_{\text{ion}}(E) n_e \quad (3)$$

Здесь l – коэффициент поглощения ионизирующего излучения в воздухе; n_{ph} – концентрация фотонов. Безразмерный коэффициент g (коэффициент мощности фотоионизации) характеризует отношение частоты производства ионизирующих фотонов к частоте ударной ионизации. В [13] указано, что он практически не зависит от напряженности поля. Варьируя этот коэффициент, мы варьируем мощность ионизирующего излучения головки и, таким образом, можем варьировать влияние фотоионизации на развитие стримера.

Для учета фотоионизации в функции источника для электронов и положительных ионов присутствовало слагаемое, описывающее появление ион–электронной пары при поглощении фотона S_{ph} (c – скорость света в вакууме):

$$S_{\text{ph}} = cln_{\text{ph}} \quad (4)$$

Уравнение (3) является приближенным способом описания фотонов. Обоснование применимости такого метода для условий данной задачи (атмосферное давление, размеры расчетной области не более 1 мм) можно найти в статье [14].

Источник S_{ph} (фотоионизация излучением головки) дает неоднородную концентрацию затравочных электронов – при удалении от головки она падает. Источник S_{un} (ионизация внешним источником), напротив, дает однородную концентрацию затравочных электронов во всей расчетной области.

2.2. Параметры модели

2.2.1. Подвижность частиц

Для подвижности справедлив закон подобия:

$$b(E, P) = \frac{1}{P} f(E/P)$$

Похожие законы подобия будут в дальнейшем применяться для пересчета различных коэффициентов при давлениях, отличных от приведенных в экспериментальных данных.

Подвижность электронов задавалась как функция от напряженности электрического поля, в базовой модели использовалась следующая аппроксимация экспериментальных данных из книги [1, с. 42 рис. 3.2 и формула 3.5]:

$$b_e = \left(2.7 \cdot 10^{-2} + \frac{0.113}{(1 + (E/P)/10^5)^{0.498}} \right) \quad (5)$$

Позже, экспериментальные данные из книги [1] были дополнены данными из статьи [10, с. 131], что позволило уточнить аппроксимацию (см. рис. 9):

$$b_e = \left(2.7 \cdot 10^{-2} + \frac{0.14}{(1 + (E/P)/10^5)^{0.53}} \right) \quad (6)$$

Подвижность ионов (без учета резонансной перезарядки) описывается формулой Ланжевена (7). Она основывается на рассмотрении взаимодействия иона с дипольным моментом нейтральной молекулы газа (взято среднее между дипольными моментами молекул O_2 и N_2 с учетом молярных долей этих газов в воздухе) [1, с. 55 формула 3.28].

$$b_i = \frac{36 \cdot 10^{-4} \sqrt{1 + \frac{M_m}{M_i}}}{P \sqrt{\frac{a}{a_0^3} A}} \text{ [м}^2/\text{В} \cdot \text{с}] \quad (7)$$

Здесь: a – поляризуемость молекулы N_2 [1, с. 27 таблица 2.2], a_0 – Боровский радиус, $(a/a_0^3) \approx 11.8$, M_m – масса молекулы N_2 , A – масса молекулы N_2 в а.е.м. ($= 28$), M_i – масса иона, P – давление [атм].

По формуле (7) получаем подвижности ионов, см. таблицу 1. Видно, что у ионов подвижность значительно ниже, чем у электронов. В модели она задавалась постоянной величиной для ионов обоих сортов: $b_+ = b_- = 1.5 \cdot 10^{-4}$ [м²/В·с]

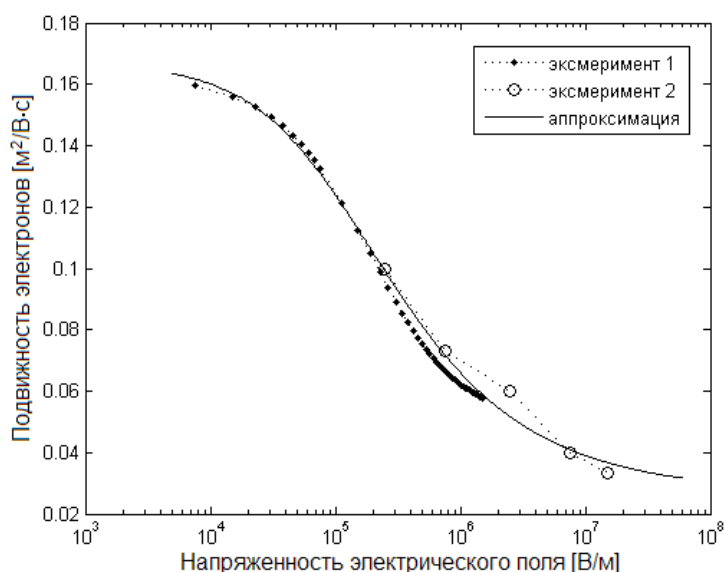


Рис. 9. График зависимости подвижности электронов от напряженности электрического поля при постоянном давлении в 1 атм в логарифмическом масштабе. Диапазон поля E выбран исходя из результатов моделирования. Сплошной линией – аппроксимация по формуле (6), точками – экспериментальные данные из книги [1], кружками – из статьи [10].

Ионы	Подвижность (при $P = 1$ атм) [м ² /(В·с)]
O_2^+, O_2^-	$9.2 \cdot 10^{-5}$
O^+, O^-	$1.4 \cdot 10^{-4}$
N_2^+	$5.3 \cdot 10^{-5}$

Таблица 1. Подвижности ионов в воздухе.

2.2.2. Коэффициенты диффузии

Коэффициент диффузии подчиняется закону подобия:

$$D(E, P) = \frac{1}{P} f(E/P)$$

Соотношение Эйнштейна описывает связь между подвижностью частиц и их коэффициентом диффузии, оно выполняется в условиях термодинамического равновесия, когда у частиц максвелловское распределение по энергии. Это условие при не слишком высоких полях хорошо выполняется для ионов и совершенно не выполняется для электронов. Поэтому для положительных и отрицательных ионов коэффициент диффузии оценивался по формуле:

$$D_i = \frac{kT_i}{e} \cdot b_i \quad (8)$$

Где i – тип иона (+ или –), e – заряд электрона, T_i и b_i – температура и подвижность частиц. В моделировании задавалось:

$$\frac{kT_i}{e} \approx 25 \cdot 10^{-3} \text{ [эВ]} \quad D_+ = 25 \cdot 10^{-3} b_+ \cdot 100 \text{ [м}^2/\text{с]} \quad D_- = 25 \cdot 10^{-3} b_- \cdot 100 \text{ [м}^2/\text{с]}$$

Коэффициенты диффузии искусственно завышены на два порядка для улучшения сходимости. Это можно сделать, т.к. за время моделирования (около 5 нс) ионы почти не успевают переместиться:

$$S_+ = \sqrt{D_+ \cdot t} \approx \sqrt{3.75 \cdot 10^{-4} \cdot 5 \cdot 10^{-9}} \approx 10^{-6} \text{ [м]}$$

Т.е. рожденные положительные ионы могут продвинуться всего на 1 мкм за счет диффузии за это время, вместо 0.1 мкм, если бы коэффициент диффузии не был завышен.

В первых моделях коэффициент диффузии электронов тоже задавался константой ($0.35 \text{ м}^2/\text{с}$), близкой к экспериментальным данным.

Позднее, модель была усовершенствована, в качестве коэффициента диффузии для электронов задавалась зависимость, полученная аппроксимацией экспериментальных данных из [10, с. 132]:

$$D_e = \begin{cases} \frac{0.014883}{P}, & (E/P) \leq 7.5 \cdot 10^3 \\ \frac{1}{P} 0.009 \cdot \ln \frac{(E/P)}{2 \cdot 10^3} + 0.015 \cdot \exp \left[- \left(\frac{2}{3} \ln \frac{(E/P)}{3 \cdot 10^5} \right)^2 \right], & (E/P) > 7.5 \cdot 10^3, (E/P) \leq 2 \cdot 10^6 \\ \frac{1}{P} 0.07 \cdot \ln \frac{(E/P)}{7.8798 \cdot 10^5}, & (E/P) > 2 \cdot 10^6 \end{cases} \quad (9)$$

2.2.3. Коэффициент ударной ионизации электронным ударом

Для коэффициента ионизации α_{ion} и частоты ионизации ν_{ion} справедливы законы подобия:

$$\alpha_{\text{ion}}(E, P) = P \cdot f(E/P) \quad \nu_{\text{ion}}(E, P) = P \cdot f(E/P)$$

Частота и коэффициент ионизации связаны формулой:

$$\alpha_{\text{ion}}(E, P) = b_e(E, P) \cdot \nu_{\text{ion}}(E, P)$$

Здесь b_e – подвижность электронов.

В качестве коэффициента ударной ионизации для электронов задавалась зависимость, полученная аппроксимацией экспериментальных данных: [10, с. 133], [11, с. 23] и [12, с. 29].

$$\alpha_{\text{ion}}(E) = \begin{cases} P \cdot 5 \cdot 10^5 \cdot \exp \left(\frac{-18 \cdot 10^6}{(E/P)} \right), & (E/P) \leq 4 \cdot 10^6 \\ P \cdot 419.8 \cdot \exp \left(\frac{(E/P)}{1.549 \cdot 10^6} \right), & (E/P) > 4 \cdot 10^6, (E/P) \leq 7.5 \cdot 10^6 \\ P \cdot 10^6 \cdot \exp \left(\frac{-22 \cdot 10^6}{(E/P)} \right), & (E/P) > 7.5 \cdot 10^6 \end{cases} \quad (10)$$

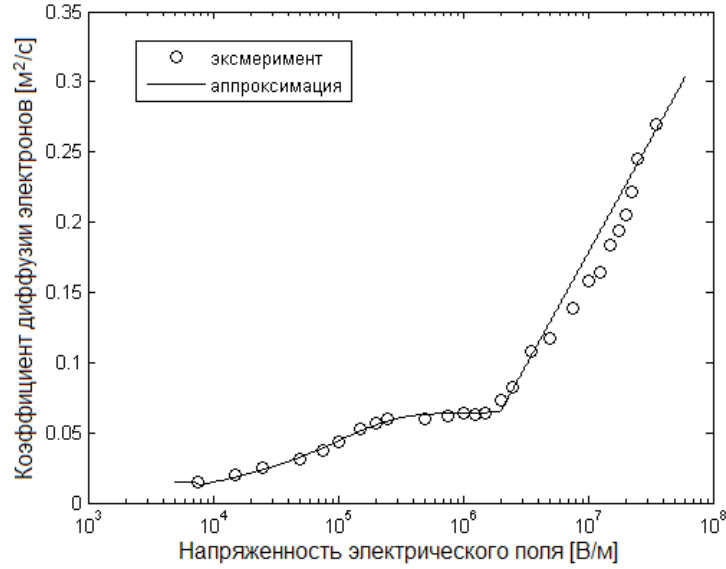


Рис. 10. График зависимости коэффициента диффузии электронов от напряженности электрического поля при постоянном давлении в 1 атм в логарифмическом масштабе. Диапазон изменения поля E выбран исходя из результатов моделирования. Сплошной линией – аппроксимация по формуле (9), кружками – экспериментальные данные из книги [10].

2.2.4. Коэффициент прилипания

В воздухе действуют два механизма прилипания: в двойных (двухчастичных) и в тройных (трехчастичных) столкновениях. Для прилипания в парных столкновениях справедлив обычный закон подобия:

$$\alpha_2(E, P) = P \cdot f(E/P) \quad \nu_2(E, P) = \nu_2(E/P)$$

Для второго механизма справедлив квадратичный закон подобия:

$$\alpha_3(E, P) = P^2 \cdot f(E/P) \quad \nu_3(E, P) = P^2 \cdot \nu_3(E/P)$$

При низких давлениях прилипанием в тройных столкновениях можно пренебречь по сравнению с прилипанием в парных столкновениях. Поэтому коэффициент парных столкновений удобно аппроксимировать по данным [9, с. 681–682] о прилипании при низком давлении, когда влияние тройных столкновений незаметно:

$$\alpha_2 = P \cdot \left(610 \cdot \exp \left[- \left(\frac{2.9 \cdot 10^6}{E/P} \right)^4 \right] + 330 \cdot \exp \left[- \left(\frac{0.7 \cdot 10^6}{E/P} \right)^4 \right] \right) \quad (11)$$

Для трехчастичных столкновений нет надежных экспериментальных графиков. Есть надежные данные о том, что при нулевой напряженности частота прилипания составляет $\nu_3 = 9 \cdot 10^7 \text{с}^{-1}$ [12, с. 35], а также аппроксимационная формула [6, с. 51]. Эта формула выписана для частоты прилипания, а не для коэффициента прилипания. Чтобы получить коэффициент, необходимо разделить частоту на дрейфовую скорость:

$$\alpha_3 = \frac{\nu_3(E)}{b_e(E) \cdot E} = \begin{cases} P^2 \cdot 9.06 \cdot 10^7 \left[1 - \frac{(E/P)}{1.4 \cdot 10^6} \right] \cdot \frac{1}{b_e \cdot E}, & (E/P) \leq 1.4 \cdot 10^6 \\ 0, & (E/P) > 1.4 \cdot 10^6 \end{cases} \quad (12)$$

Формула 12 учитывает тот факт, что при напряженности поля (при фиксированном давлении) выше некоторого порогового значения, трехчастичные столкновения практически не происходят.

Для получения полной скорости прилипания нужно сложить скорости прилипания в парных столкновениях и прилипания в тройных столкновениях, так что:

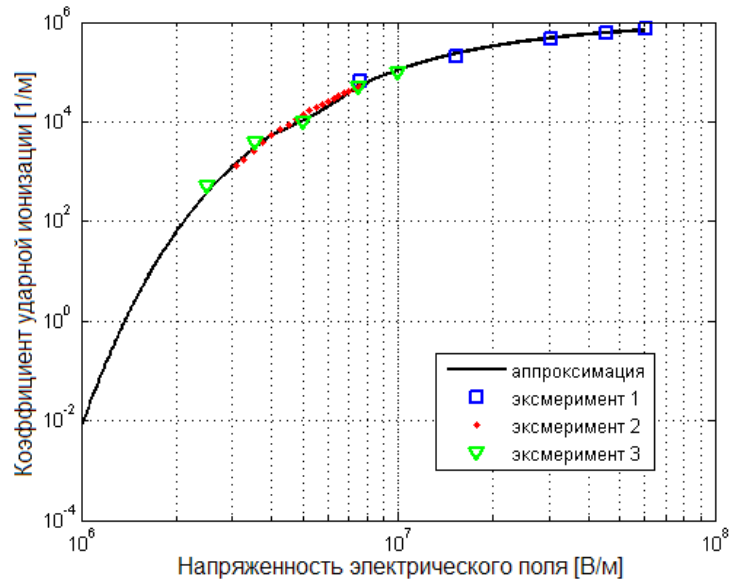


Рис. 11. График зависимости коэффициента ударной ионизации от напряженности электрического поля при постоянном давлении в 1 атм в логарифмическом масштабе. Сплошной линией – аппроксимация по формуле (10), квадратами – экспериментальные данные из книги [12], точками – из книги [11], треугольниками – из статьи [10].

$$\alpha_{\text{adh}}(E) = \alpha_2 + \alpha_3 \quad (13)$$

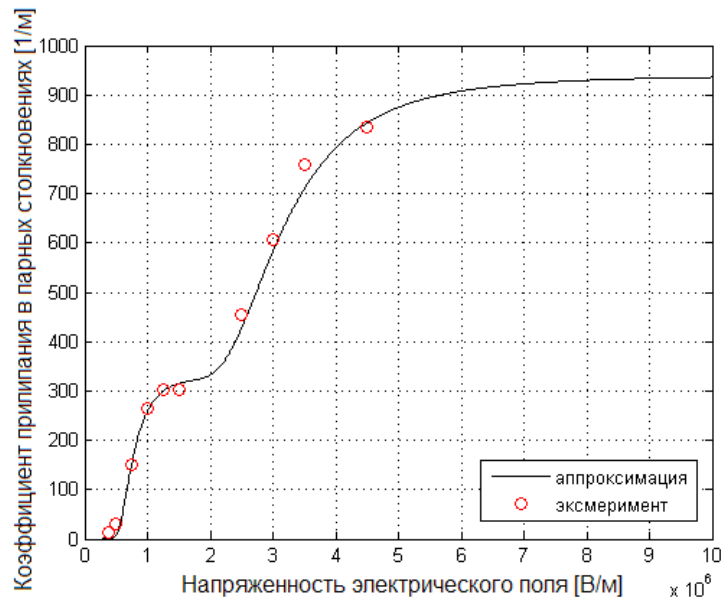


Рис. 12. График зависимости коэффициента прилипания в парных столкновениях. Экспериментальные данные из [9].

Точка пересечения кривых для коэффициентов ударной ионизации и прилипания (рис. 13) называется порогом ионизации. При напряженности поля ниже этого значения, лавинные процессы в воздухе не происходят. Во множестве экспериментов было обнаружено, что этот порог для воздуха при нормальном атмосферном давлении примерно соответствует 25 кВ/см.

2.2.5. Коэффициенты объемной рекомбинации

Как видно из таблицы 2, коэффициенты ион-ионной рекомбинации для разных ионов довольно близки. При моделировании задавалось постоянное значение $c_{ii} = 10^{-13} \text{ м}^3/\text{с}$.

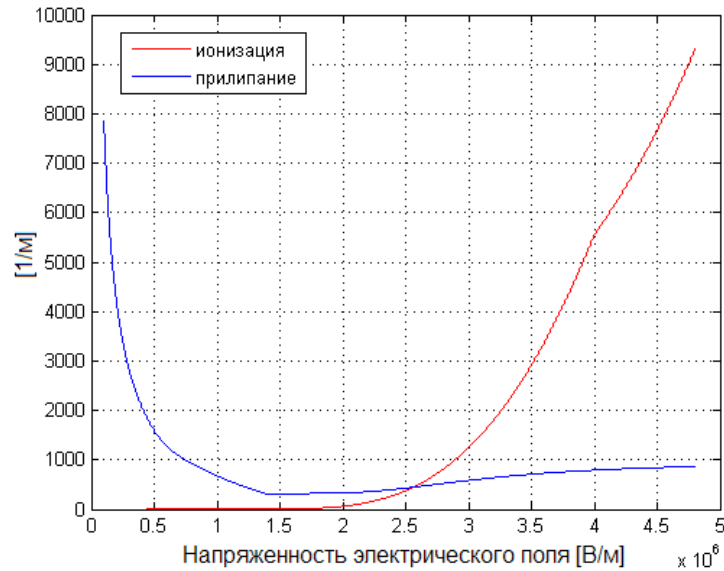


Рис. 13. Аппроксимационные кривые коэффициента ударной ионизации (красный) и коэффициента прилипания (синий) при давлении в 1 атм. пересекаются в точке где $E = 25.64$ кВ/см.

У коэффициента рекомбинации электрона с простыми молекулярными ионами в воздухе (c_{ei}) основной канал рекомбинации – диссоциативный. Экспериментальные данные есть в книге [1, с. 77–78] и статье [9]. При моделировании задавалось постоянное значение $c_{ei} = 10^{-13}$ м³/с, т.к. он слабо меняется в исследуемом диапазоне напряженности электрического поля.

Ионы	Коэффициент рекомбинации [м ³ /с]
$O^+ + O^-$	$2.7 \cdot 10^{-13}$
$N^+ + O^-$	$2.6 \cdot 10^{-13}$
$N_2^+ + O_2^-$	$4.2 \cdot 10^{-13}$
$O_2^+ + O_2^-$	$1.6 \cdot 10^{-13}$
$O^+ + O_2^-$	$2 \cdot 10^{-13}$
$O_2^+ + O^-$	$1 \cdot 10^{-13}$

Таблица 2. Коэффициенты ион–ионной рекомбинации в воздухе [1, с. 79 таблица 4.4].

2.3. Начальные и граничные условия

Для базового моделирования выбрана одна из простейших систем электродов с неоднородным полем: сфера–сфера. Радиус внутренней сферы 1 мм, внешней – 2.01 мм. Поле слабо-неоднородное: отношение максимального поля к среднему в отсутствие объемного заряда равно двум.

Как известно из экспериментов [1, с. 450 рис. 14.15], в такой системе невозможно появление коронного разряда: в однородном и слабо-неоднородном полях возникновение разряда обязательно приводит к пробое всего промежутка, и начальное напряжение равно пробивному. В сильно-неоднородном поле может быть состояние, при котором стримеры достигают противоположного электрода, но пробоя промежутка не происходит, так как не происходит переход в искру. Исследование коронного разряда не является предметом данной работы и ниже он упоминаться не будет.

Расчетная область разделена на две. В области А (рис. 14) решаются все уравнения системы (2), а в области В – только уравнение Пуассона и уравнение на концентрацию фотонов. Разделение на две области позволяет сэкономить расчетные ресурсы. Оно возможно, поскольку заряженные частицы (электроны и ионы) присутствуют практически только в области А, но объемный заряд возмущает электрическое поле на расстоянии порядка нескольких радиусов стримера.

Граничные условия представлены в табл. 3 и на рис. 14. Напряжение на катоде φ равно 10 кВ и неизменно во времени.

В качестве начальных условий (НУ) вблизи катода задано начальное облако электронов (рис. 14): начальная концентрация электронов в облаке задана на уровне 10^{16} $1/\text{м}^3$, в остальном пространстве начальная концентрация электронов задана равной нулю. Концентрации других частиц в начальный момент времени предполагаются равными нулю.

Начальный пакет электронов в базовой модели имеет цилиндрическую форму и равномерную плотность для уменьшения числа отличий от модели в работе [8], где в пакете *CFD-ACE* производился расчет лавинно-стримерного перехода и начального этапа развития стримеров с учетом кинетического уравнения для электронов в лоренцевом приближении. Полученные результаты сравнивались по основным (распределения суммарной плотности заряда и электрического поля) и интегральным (скорость и радиус стримерной головки) параметрам.

В отличие от *CFD-ACE* в пакете *Comsol* можно для любой переменной задавать в качестве НУ произвольную функцию от координат. Что было использовано в дальнейшем (см. раздел 4.).

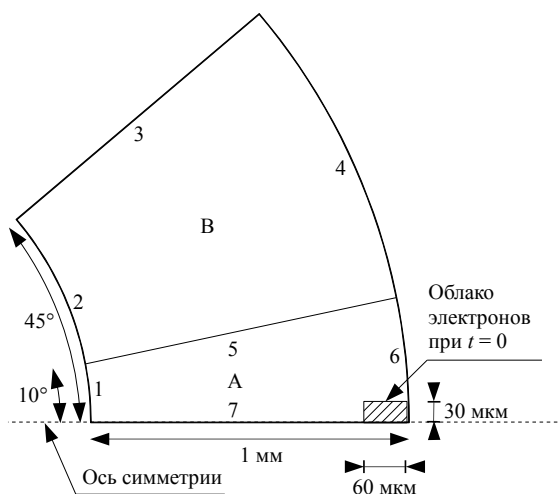


Рис. 14. Схема расчетной области для базовой модели.

2.4. Требования к конечно-элементной сетке

Ограничение на размер элемента h связано с числом Пекле (Pe) – отношением миграционного потока к диффузионному:

$$Pe = \frac{b_e E h}{D_e} \quad (14)$$

Для устойчивости решения должно выполняться правило $Pe \leq 1$, откуда:

$$h \leq \frac{D_e}{b_e E} \quad (15)$$

Ясно, что самые жесткие ограничения возникают в области большой напряженности, т.е. на переднем фронте стримера. При напряженности поля вблизи головки порядка 300 кВ/см, размер элемента должен быть менее 1 мкм.

Р	Электрический потенциал φ	Концентрации электронов n_e , ионов n_+ и n_-	Концентрация фотонов n_{ph}
1	$\varphi = 0$	$-D_+ \nabla n_+ + b_+ n_+ \vec{E} = 0$	$n_{ph} = 0$
2	$\varphi = 0$	–	$n_{ph} = 0$
3	$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = E_n = 0$	–	$\frac{\partial n_{ph}}{\partial n} = 0$
4	$\varphi = -10$ кВ	–	$n_{ph} = 0$
5	–	$-D_+ \nabla n_+ + b_+ n_+ \vec{E} = 0$ $-D_e \nabla n_e - b_e n_e \vec{E} = 0$ $-D_- \nabla n_- - b_- n_- \vec{E} = 0$	–
6	$\varphi = -10$ кВ	$-D_e \nabla n_e - b_e n_e \vec{E} = 0$ $-D_- \nabla n_- - b_- n_- \vec{E} = 0$	$n_{ph} = 0$
7	$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0$	$\frac{\partial n_e}{\partial n} = 0; \frac{\partial n_+}{\partial n} = 0; \frac{\partial n_-}{\partial n} = 0$	$\frac{\partial n_{ph}}{\partial n} = 0$

Таблица 3. Граничные условия. Нумерация отрезков границы соответствует рис. 14.

Для ускорения расчета в конечно–элементной модели были выбраны линейные базисные функции для всех уравнений из системы (2), кроме уравнения Пуассона и стационарного уравнения на концентрацию фотонов (3), где использовались квадратичные базисные функции.

2.5. Настройки численного решателя

В приложении А указаны используемые настройки. Максимальное количество итераций на каждый временной шаг задавалось с запасом, чтобы при моделировании расчет текущего временного шага прекращался при достижении заданной точности.

При моделировании выбранный решатель использовал адаптивный шаг по времени: при необходимости временной интервал уменьшался или увеличивался.

В итоговом файле с результатами моделирования сохранялись не все временные шаги, которые были рассчитаны, а только часть из них, указанная в настройках. Это было сделано для экономии места на цифровых носителях информации.

3. Анализ результатов

3.1. Фаза лавины и лавинно-стримерный переход

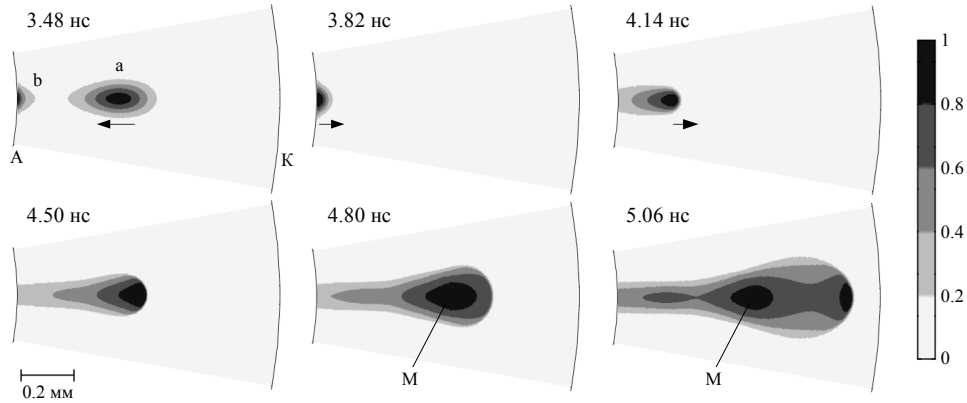


Рис. 15. Концентрация электронов в области в разные моменты времени. Старый (а) и новый (b) локальные максимумы концентрации в лавинной фазе. Концентрации нормированы на максимум, К – катод, А – анод, М – локальный максимум концентрации.

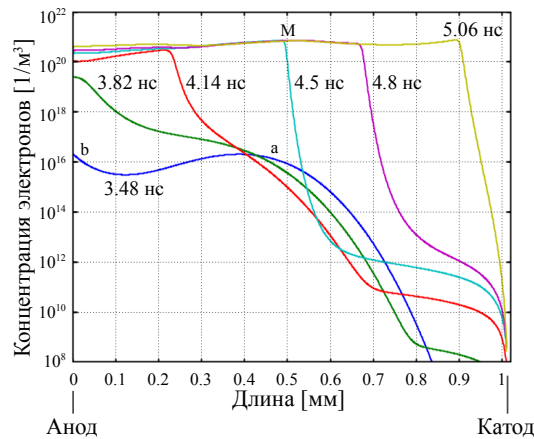


Рис. 16. Концентрация электронов вдоль оси симметрии в разные моменты времени. Старый (а) и новый (b) локальные максимумы концентрации в лавинной фазе. М – локальный максимум концентрации.

Проанализируем основные этапы развития стримера. На рис. 15–16 показано изменение концентрации электронов в процессе лавинно–стримерного перехода и дальнейшего прорастания встречного положительного стримера к катоду. Здесь и ниже приведены результаты для модели с фотоионизацией излучением стримера с коэффициентами $g = 10^{-6}$ и $l = 10^3 \text{ м}^{-1}$.

Облако электронов, заданное начальными условиями, движется от катода к аноду. Количество электронов в нем постепенно нарастает под действием ударной ионизации, а радиус облака увеличивается из-за диффузии. Объемный заряд пока слишком мал, чтобы заметно изменить электрическое поле – это т.н. фаза лавины. Она подробно описана в [7], здесь мы не будем на ней останавливаться. В [7] подробно описан эффект «втягивания» лавины в область слабо-неоднородного поля. Этот эффект наблюдался и в данной модели: в определенный момент помимо основного («старого») максимума концентрации возникает второй («новый»), непосредственно на поверхности электрода (рис. 15–16, $t = 3.48 \text{ нс}$). Появление

нового максимума вызвано первыми немногочисленными электронами, достигшими анода. Из-за диффузии отдельные электроны достигают анода раньше, чем до него доходит центральная часть лавины. Эти электроны из-за высокой напряженности поля вблизи анода и, как следствие, высокой частоты ионизации, приводят к быстрому повышению концентраций непосредственно у поверхности анода. Здесь образуется новый максимум, который быстро обгоняет старый по величине, и в момент $t = 3.82$ нс старый максимум становится незаметным на его фоне. Тем не менее, поскольку скорость ионизационных процессов значительно выше скорости дрейфа электронов, некоторая относительно малая концентрация электронов остается и в отдалении от анода (рис. 16, $t = 3.48$ нс).

3.2. Этапы развития стримера

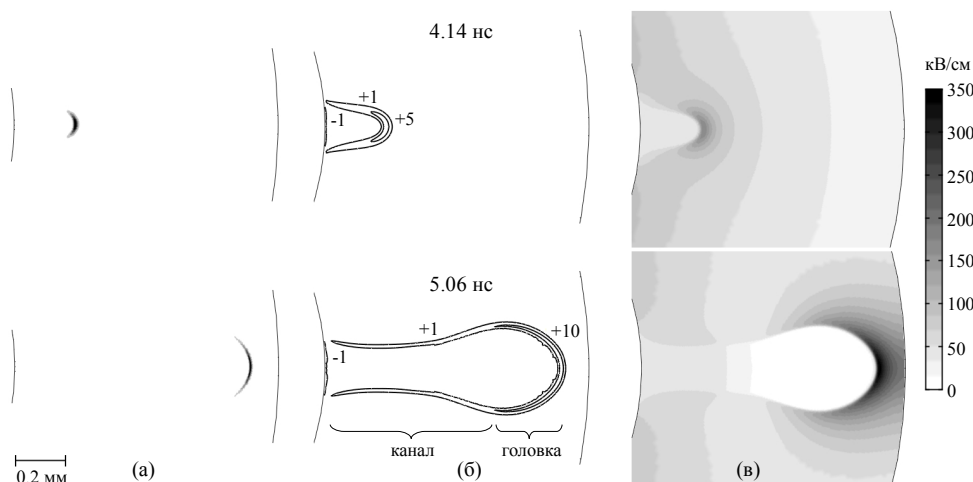


Рис. 17. Контурные графики интенсивности ионизации $\nu_{\text{ion}} \cdot n_e$ (а), распределения объемного заряда $[\text{Кл}/\text{м}^3]$ (б) и напряженности электрического поля $[\text{В}/\text{м}]$ (в) в межэлектродной области в два момента времени: 4.14 и 5.06 нс.

Появлению стримера предшествует описанный выше этап, в конце которого лавина коснулась своей передней частью анода. Электроны быстро уходят на анод, и в прианодном слое постепенно накапливается нескомпенсированный положительный заряд (см. рис. 17б), который через некоторое время начинает существенно влиять на внешнее электрическое поле, вытесняя его из области повышенной концентрации электронов на границу этой области (см. рис. 17в). Туда же смещается и область повышенной ионизации (см. рис. 17а). Это приводит к повышению концентрации ионизованных частиц перед границей, и область повышенной концентрации заряженных частиц вновь изменяет свои границы. От анода начинает прорасти положительный стример навстречу лавине – в этом смысле его можно назвать «отраженным» стримером. При этом область повышенной концентрации электронов переходит в состояние плазмы – поле отсюда вытеснено, объемного заряда практически нет.

Это соответствует сложившимся представлениям о структуре сформировавшегося стримера, для которого характерно наличие плазменного канала, поле из которого вытеснено на внешнюю границу канала [1]. Максимум поля при этом оказывается на передней границе эллипсоидной головки канала (см. рис. 17в). Если лавина развивалась в поле, образованном электродами, практически не влияя на него, то с момента образования стримерного канала проводящая область прорастает за счет вновь образующейся плазмы, и максимум поля смещается от поверхности электрода на внешнюю границу головки стримера, ближе к противоположному электроду. Этот максимум становится новым центром ионизационных процессов, в которых в качестве затравочных электронов участвуют электроны начальной лавины. В

результате ионизации возникает новая плазменная область с высокой концентрацией электронов, удлиняющая канал стримера, а максимум поля вновь смещается в направлении к противоэлектроду. Так движется волна ионизации.

Следует отметить, что, хотя в результате лавинной ионизации концентрация электронов в области головки стримера увеличивается на порядки по сравнению с концентрацией в окружающем стримере воздухе, однако для поддержания ионизационных процессов необходимо наличие затравочных электронов перед ней, на некотором расстоянии от головки. В качестве затравочных электронов могут выступать как оставшиеся от первоначальной лавины, так и вновь образовавшиеся в результате фотоионизации газа излучением стримера или ионизации газа внешним источником. Влияние различных источников возникновения затравочных электронов рассмотрено ниже.

Скорость прорастания стримера (точное определение этого параметра будет дано ниже) есть скорость волны ионизации, которая может быть значительно выше скорости перемещения лавины [6]. Интенсивность ионизации перед головкой стримера также значительно выше, чем в лавине, при этом в момент образования волны ионизации лавина коснулась анода только своим передним краем, а ее основная часть все еще находится в воздухе. Поэтому на начальном этапе стример прорастает через исходную лавину, а ее немногочисленные (по сравнению с концентрацией электронов в плазме стримера) электроны служат для стримера затравочными (это будет показано ниже).

В сформировавшемся виде стример имеет эллипсоподобную плазменную головку, окаймленную тонким слоем объемного заряда (см. рис. 17б) и цилиндрический «плазменный» канал. Электрическое поле в канале и головке стримера существенно понижено, а перед головкой повышено, зона максимальной ионизации локализуется непосредственно перед головкой стримера (рис. 17а, $t = 4.14$ нс). Полученная в модели структура катодонаправленного стримера имеет свой традиционный вид (рис. 4б и 4в при 4.14 нс), описанный в литературе [6]: квазинейтральная плазменная область с пониженным электрическим полем в канале стримера и область повышенной напряженности поля перед головкой стримера.

В головке стримера и на границе стримерного канала находится нескомпенсированный положительный электрический заряд, образованный положительными ионами (рис. 17б). Такая структура с ярко выраженным стримерным каналом, замкнутым на электрод, и четко ограниченной головкой характерна для положительных стримеров. Отрицательные же стримеры имеют диффузный вид, со слабовыраженной структурой головки [5].

В [6] обосновано введение параметров стримерного канала, которые можно назвать интегральными, поскольку они характеризуют его как цельную проводящую структуру. Они позволяют наглядно представить динамику развития стримера и используются и в других работах [5]. Мы определим интегральные параметры следующим образом:

- 1) длина стримера, которую мы будем понимать как расстояние от поверхности анода до максимума электрического поля перед головкой;
- 2) скорость роста стримера, которую мы определим как производную по времени от его длины;
- 3) эффективный радиус головки, который мы определим как удвоенное расстояние между максимумом напряженности и точкой перед головкой, в которой поле падает в 2.25 раза по сравнению с максимальным. (Приложение Б)

Последнее определение связано с тем, что радиус головки влияет на динамику стримера прежде всего тем, что задает характерный масштаб падения поля перед головкой [6]; в упрощенной аналитической модели из того же источника предполагается, что поле перед головкой можно приближенно считать полем от сферического проводника: оно спадает по закону обратных квадратов. Легко увидеть, что использованное нами определение дает точный

результат – радиус сферы – для случая сферического заряженного проводника; для стримера же, головка которого имеет сложную форму, это будет лишь некоторый характерный пространственный масштаб головки.

Интегральные параметры позволяют описать влияние различных источников ионизации на динамику стримера. На рисунке 18 приведены зависимости длины стримера от времени, скорости стримера от его длины и диаметра головки стримера от его длины для разных учтенных механизмов ионизации.

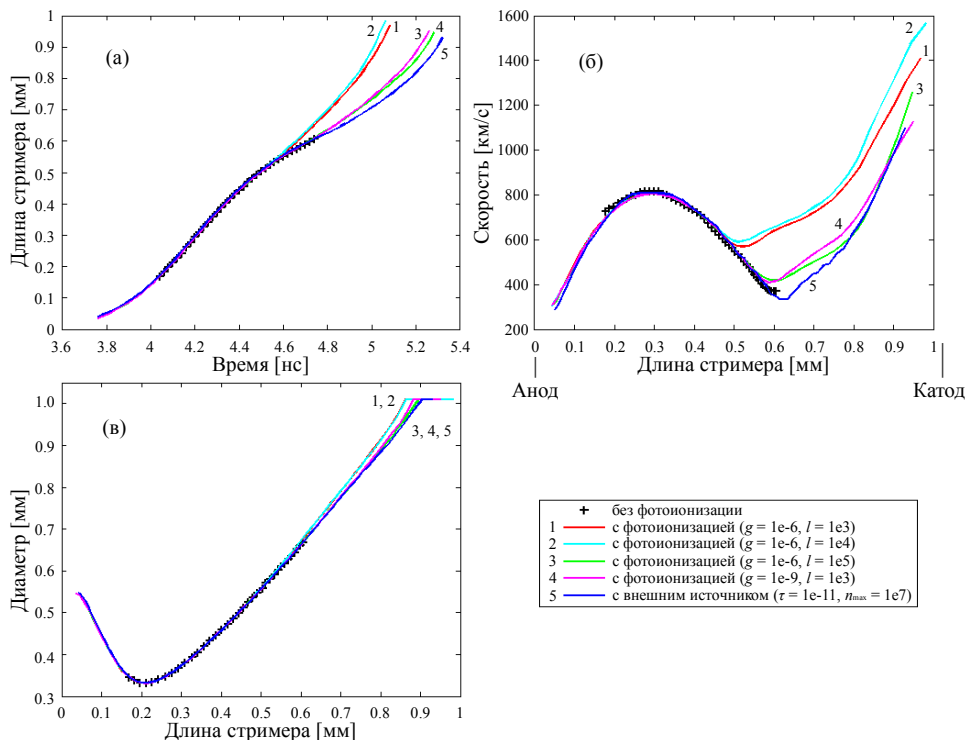


Рис. 18. Интегральные параметры стримера. Зависимости длины стримера от времени (а), скорости стримера (б) и диаметра головки стримера (в) от его длины в моделях: без фотоионизации, с внешним источником ионизации и с фотоионизацией за счет излучения стримера (4 примера).

В отсутствие фотоионизации после прохождения головкой стримера области расположения начального пакета электронов стример останавливается (рис. 18): в определенный момент волна ионизации практически прекращает движение, заряженный слой, окаймляющий стример утончается; напряженность поля растет, пытаясь компенсировать нехватку затравочных электронов перед головкой увеличением скорости ионизации; задача расходится. В моделях, учитывающих фотоионизацию излучением стримера или внешнего источника, скорость стримера, его диаметр, вплоть до длины 0.5 мм остаются теми же, что и в отсутствие этих источников. Тем самым показано, что на начальном этапе динамика стримера определяется не фотоионизацией; а в качестве затравочных электронов выступают остаточные электроны лавины. С этой позиции можно объяснить и первый максимум скорости на этом этапе развития стримера (рис. 18б): он соответствует максимуму концентрации электронов в основной части лавины. До достижения головкой стримера положения этого максимума скорость стримера растет, а диаметр головки сужается (рис. 18в). Когда волна ионизации проходит через этот максимум, концентрация остаточных электронов быстро идет на спад, и стример притормаживается.

Этот начальный этап движения стримера можно назвать «несамостоятельным», поскольку затравочные электроны вокруг головки не образовались в результате влияния стримера, а остались от электронной лавины. Такой источник затравочных электронов является «невозобновляемым»: когда стример уйдет из области, занятой электронной лавиной, затравочных

электронов больше не будет.

В моделях, где учитывается собственная фотоионизация или внешний источник, в определенный момент времени скорость стримера после прохождения начального этапа вновь начинает расти. Динамика стримера зависит от механизма и параметров дополнительных источников ионизации (рис. 18). Этот этап можно назвать «самостоятельным», т.к. стример далее не зависит от электронов начальной лавины. На рисунках 15–16 в моменты времени 4.8 нс и 5.06 нс виден локальный максимум (М) концентрации электронов, который соответствует области, в которой произошел этот переход.

Момент перехода и область, где он происходит, зависят от интенсивности фотоионизации дополнительного источника и той концентрации электронов перед головкой, которую он может обеспечить. Чем больше заданный коэффициент мощности фотоионизации, тем раньше проявляется ее влияние: тем раньше начинается вторичный рост скорости стримера (рис. 18).

На самостоятельном этапе развития стример монотонно прорастает вплоть до поверхности катода. При приближении к катоду напряженность поля перед головкой стримера повышается, и скорость головки растет быстрее, чем вдали от него. Когда головка стримера приближается к катоду на расстояние около сотни микрометров, напряженность поля перед головкой начинает стремительно расти, т.к. разность потенциалов между катодом и головкой стримера остается существенной, а расстояние между ними уменьшается. Задача на этом этапе расходуется. Для замыкания стримера на катод в модель необходимо добавить автоэлектронную эмиссию с катода, но это предмет отдельного исследования.

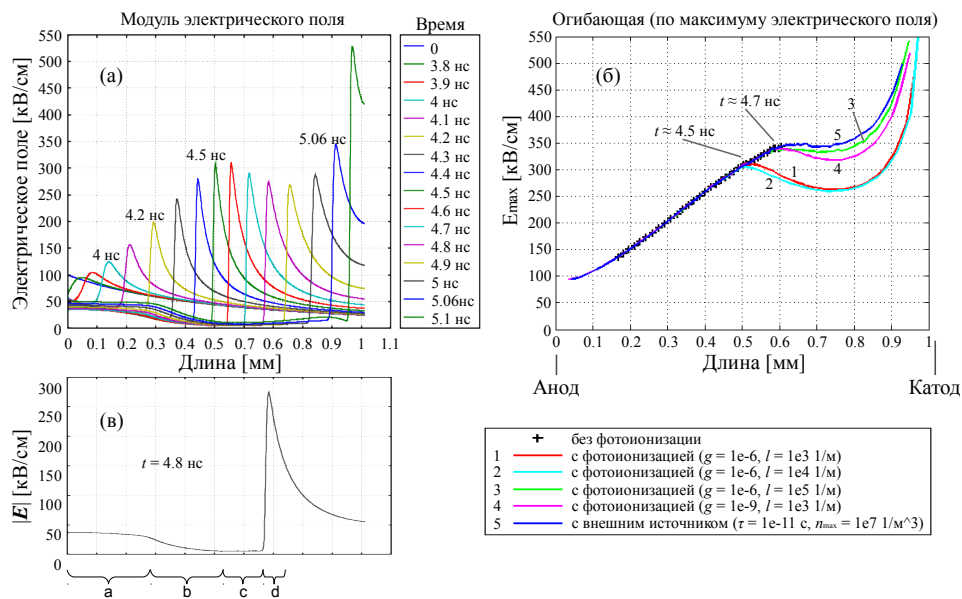


Рис. 19. Серия графиков напряженности электрического поля вдоль оси симметрии (а) в разные моменты времени для модели с фотоионизацией и огибающие (б) подобных серий графиков для всех моделей; (в) – поле в один момент времени, схематично можно выделить участки: а – хвостовая часть канала, б – канал, с – головка, d – передний фронт стримера.

На рисунке 19 слева показаны линейные графики изменения напряженности поля в процессе прорастания стримера к катоду.

Непосредственно перед головкой стримерного канала формируется передний фронт – область максимальной напряженности поля (около 350 кВ/см), толщиной примерно 50 нм, из-за чего здесь образуется узкая область повышенной ионизации (см. рис. 17а). Поле перед головкой спадает плавно, подобно полю от заряженной сферы.

Напряженность поля в плазменном канале на два порядка меньше чем на фронте. Поле в нем слишком низкое и ударной ионизации в канале не происходит, здесь ключевую роль

играют гибель электронов в результате рекомбинации и прилипания. На рисунке 19 видно, что поле в хвостовой части канала вблизи анода примерно на порядок выше поля в остальной части канала. Это вызвано тем, что вблизи анода толщина канала меньше (рис. 17в), и чтобы обеспечить подпитку движущейся головки стримера, т.е. пропустить ток той же величины через меньшее сечение канала, требуется повышенное поле в этой области проводящего канала.

3.3. Влияние дополнительных источников ионизации на развитие стримера

Были рассмотрены модели с разными значениями коэффициента мощности ионизирующего излучения g (см. (3)): $g = 10^{-6}$ и $g = 10^{-9}$. Как видно по рисункам 18–19, увеличение g приводит к более раннему переходу на самостоятельный этап развития стримера. Скорость стримера для приведенных значений g отличается не более чем в 2 раза, напряженность поля на поверхности головки не более чем в 1.4 раза, а эффективный диаметр головки практически не зависит от g . При этом разница в значениях g составила 3 порядка. Таким образом, подтверждается приведенное в [6, 12] утверждение о том, что скорость роста, а также и другие важные параметры стримера слабо (логарифмически) зависят от концентрации затравочных электронов, а значит, и от коэффициента мощности фотоионизации g . Для расчета с удовлетворительной точностью достаточно знать этот параметр по порядку величины.

Также в модели варьировался и коэффициент поглощения фотоизлучения l . С одной стороны, увеличивая l , мы увеличиваем мощность источника электронов S_{ph} (4), что может ускорить стример; с другой стороны, затравочные электроны образуются ближе к фронту, что должно замедлить стример. Как видно по рис. 18–19, если характерная длина поглощения l^{-1} была порядка и больше радиуса головки (1 мм и 100 нм), влияние l на параметры стримера было слабое. Однако уменьшение l^{-1} до 10 нм привело к почти двукратному падению скорости стримера и существенному росту напряженности поля перед головкой. Очевидно, это связано с тем, что, уменьшив характерную длину поглощения (т.е. прозрачность газа для данного излучения), мы уменьшили расстояние от фронта, на котором поглощаются фотоны и образуются затравочные электроны, а значит, уменьшили длину развития лавинного процесса перед фронтом стримера. Область локализации фотонов в этом случае сконцентрирована в тонком слое вокруг стримерной головки (рис. 20в).

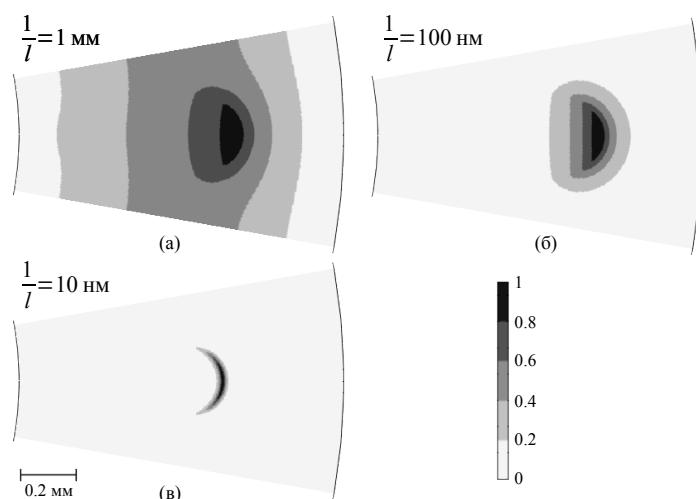


Рис. 20. Концентрации фотонов в расчетной области, нормированные на максимум, для моделей с разным коэффициентом поглощения l в момент времени $t = 4.8$ нс.

Наличие только внешнего источника ионизации привело к развитию стримера, качественно и количественно весьма схожего с моделью с фотоионизацией при одной из комбинаций l и

g (рис. 18–19). Это говорит о том, что тип источника затравочных электронов вокруг головки качественно не влияет на картину развития стримера – необходимо лишь его наличие, чтобы вокруг продвигающейся головки постоянно возникали затравочные электроны. При исследованных мощностях излучения, качественных отличий в развитии стримеров выявлено не было.

3.4. Влияние коэффициента диффузии электронов на развитие стримера

В базовой модели, для которой проведен анализ выше, был задан постоянный коэффициент диффузии электронов ($0.35 \text{ м}^2/\text{с}$). Отдельно была рассчитана модель с D_e , заданным по формуле 9. Заметим, что $D_e(E) < 0.35$ по всем диапазоне E (рис. 10). Кроме того, в этой улучшенной модели была уточнена аппроксимация для подвижности частиц в области высокого поля (см. формулу 6).

Результаты расчета этой модели полностью аналогичны представленным на рисунках 15–17. Присутствуют все описанные этапы разряда: лавинная стадия, появление «отраженного» стримера, прорастание стримера через лавину, переключение на фотоионизацию собственным излучением стримера в качестве основного поставщика свободных электронов перед головкой стримера, дальнейший рост стримера до катода. Но имеются и отличия.

Скорость лавин (рис. 21б) в моделях отличается слабо (менее 15% в области низкой напряженности электрического поля), отличие вызвано разницей в подвижности электронов. Из-за более низких подвижности и коэффициента диффузии электронов в модели с непостоянным D_e первые электроны достигли анода позже, и позже появился стример (рис. 22а). Соответственно, электроны из основной части лавины оказались ближе к аноду, что повлияло на начальную скорость стримера (рис. 22б) и его диаметр (рис. 22в). Когда эта разница в начальных условиях перестала влиять на стримеры их диаметры стали одинаковы в пределах погрешности численного счета, а скорости отличались менее чем на 15%, что непосредственно связано с различиями в подвижности электронов. Огибающие максимумов электрического поля на этом этапе развития стримера тоже совпадают (рис. 22г), т.к. электрическое поле здесь в первую очередь зависит от объемной плотности заряда и диаметра стримерной головки, а они одинаковы.

Поскольку все наблюдаемые отличия в этих моделях связаны с b_e , то можно сделать вывод что коэффициент диффузии электронов практически не влияет на развитие катодонаправленного стримерного разряда.

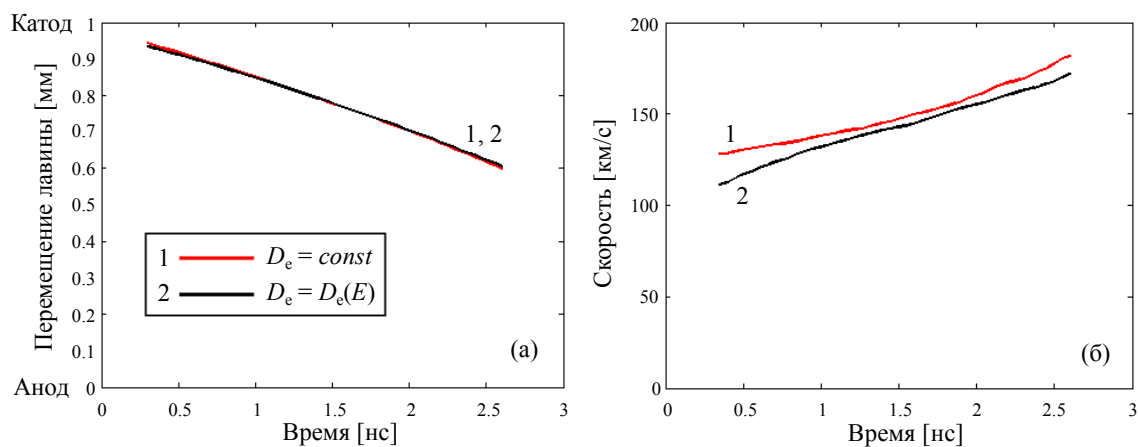


Рис. 21. Графики перемещение и скорости лавины (по координате максимума концентрации электронов).

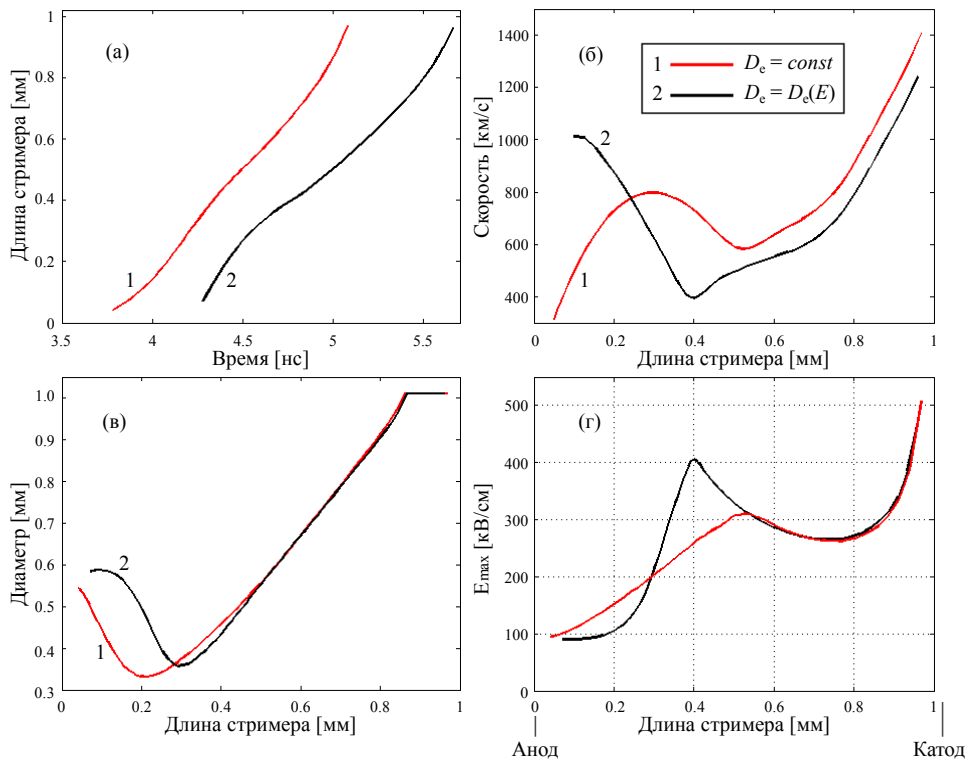


Рис. 22. Интегральные параметры стримеров: зависимости длины стримера от времени (а), скорости стримера (б) и диаметра головки стримера (в) от его длины. Огибающие (г) серий графиков напряженности электрического поля (подробности на рис. 19).

4. Сравнение с другими моделями

Разработка модели (раздел 2.) велась методом «от простого к сложному». Вначале была реализована простейшая модель для расчета лавинно-стримерного перехода в инертном газе аргоне с различными конфигурациями внешнего электрического поля (однородное, слабо-неоднородное и сильно-неоднородное) в осесимметричной системе электродов. Здесь имеет смысл сравнить результаты расчета для базовой модели, анализ которой проведен выше.

Систему уравнений для модели с аргоном можно получить из системы 2, если убрать уравнение для n_- и все слагаемые связанные с отрицательными ионами из остальных уравнений, а так же дополнительные источники ионизации:

$$\begin{cases} \frac{\partial n_e}{\partial t} + \text{div} \left[-D_e \nabla n_e - b_e n_e \vec{E} \right] = \nu_{\text{ion}}(E) n_e - c_{ei} n_e n_+ \\ \frac{\partial n_+}{\partial t} + \text{div} \left[-D_+ \nabla n_+ + b_+ n_+ \vec{E} \right] = \nu_{\text{ion}}(E) n_e - c_{ei} n_e n_+ \\ \Delta \varphi = -\frac{e}{\varepsilon_0} (n_+ - n_e); \quad \vec{E} = -\nabla \varphi \end{cases} \quad (16)$$

Коэффициенты диффузии:

$$D_+ = 25 \cdot 10^{-3} b_+ \cdot 100 \text{ [м}^2/\text{с]} \quad D_e = 0.35 \text{ [м}^2/\text{с]}$$

Коэффициент рекомбинации $c_{ei} = 10^{-13} \text{ м}^3/\text{с}$. Коэффициент ионизации:

$$\alpha_{\text{ion}} = PA e^{\frac{PB}{E}}$$

Частота ионизации:

$$\nu_{\text{ion}} = \alpha_{\text{ion}} \cdot b_e E$$

Здесь: $A = 9.1 \cdot 10^5 \text{ 1/м} \cdot \text{атм}$, $PB = -1.37 \cdot 10^7 \text{ В/м}$, $b_e = 4.3 \cdot 10^{-2} \text{ [м}^2/\text{В} \cdot \text{с]}$, $b_+ = 1.5 \cdot 10^{-4} \text{ [м}^2/\text{В} \cdot \text{с]}$.

Начальные и граничные условия аналогичны описанным выше.

Модель в воздухе с учетом энергетических реакций [8] была сделана в пакете *CFD-ACE*.

Газовая смесь: 76% N_2 и 24% O_2 . В модели учитывалось 45 реакций: упругое столкновение молекул с электроном, ионизация молекул, диссоциативная рекомбинация молекулярных ионов в основное состояние, диссоциация молекул, реакции возбуждения электронных и колебательных уровней, ион-ионная рекомбинация, а также реакции прилипания и отлипания электронов в кислороде. Решалась система уравнений:

$$\begin{cases} \Delta \varphi = \frac{1}{\varepsilon \varepsilon_0} \left(\sum_i q_i Y_i \frac{\rho_{\text{раз}}}{m_i} - q_e n_e \right) \\ \frac{\partial Y_i}{\partial t} + \text{div}(b_i Y_i \nabla \varphi - D_i \nabla Y_i) = S_i \\ V \frac{\partial f_0}{\partial t} - \nabla \cdot \left[\chi (\nabla f_0 + \nabla \varphi \frac{\partial f_0}{\partial E}) \right] - \frac{\partial}{\partial E} \left[\chi \nabla \varphi \cdot (\nabla \varphi \frac{\partial f_0}{\partial E} + \nabla f_0) \right] = VS \\ \vec{f}_1 = -\frac{V}{\nu} \nabla f_0 - (\nabla \varphi) \frac{V}{\nu} \frac{\partial f_0}{\partial E} \\ \chi = \frac{V^3}{3\nu} \\ E = \frac{m_e V^2}{2e} \end{cases} \quad (17)$$

Здесь: Y_i – массовая доля i -го типа частиц, f_0 – функция распределения электронов по координатам и энергии (E), f_1 – первая поправка к изотропной функции f_0 .

Остальные параметры этой модели можно найти в работе [8]. Здесь нет смысла их подробно расписывать, т.к. основу этой работ составляет дрейфово-диффузионное приближение.

Скорости на лавинной стадии разряда (рис. 23б) в моделях отличаются слабо. Это различие обусловлено подвижностью электронов. В модели для аргона подвижность задавалась постоянной величиной: $b_e = 4.3 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$, в модели для воздуха в *Comsol* подвижность

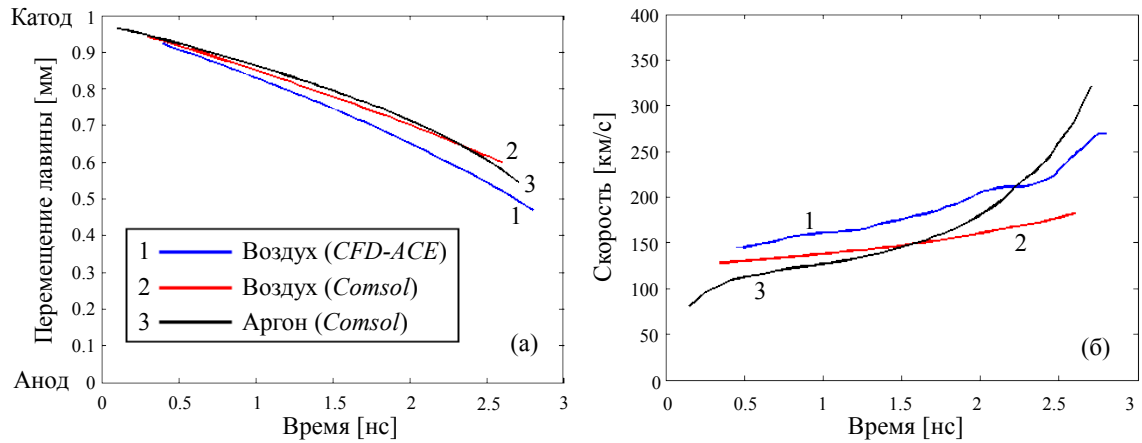


Рис. 23. Графики перемещение и скорости лавины.

задавалась по формуле 5, а в модели для воздуха в *CFD-ACE* подвижность рассчитывалась с помощью кинетического уравнения для электронов. На рисунке 24 показано, как отличались подвижности электронов в воздухе. Видим, что при увеличении напряженности поля, подвижность электронов уменьшается, что увеличивает разницу в скоростях лавин вблизи анода (рис. 23б). Перемещение лавин на графиках (рис. 23а) отслезено до момента времени, когда локальный прианодный максимум концентрации электронов (см. рис. 16) стал больше максимума в лавине. В это время лавины находились примерно на середине межэлектродного промежутка (рис. 23а), где электрическое поле порядка 50 кВ/см. Т.е. еще до пересечения кривых подвижности электронов на рисунке 24.

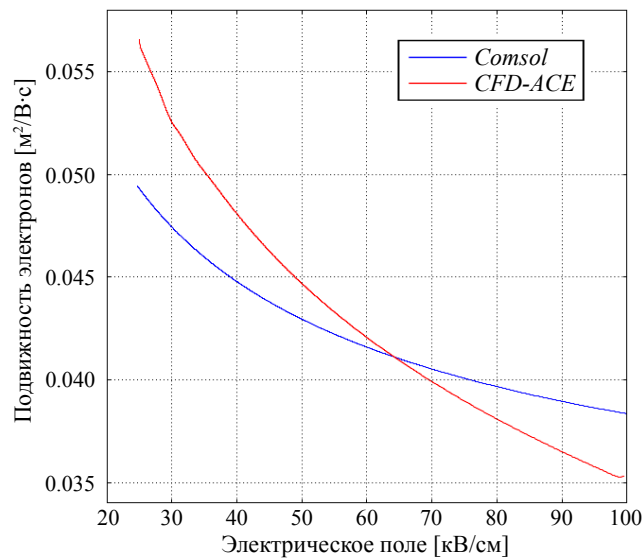


Рис. 24. Подвижность электронов в воздухе. Диапазон изменения напряженности электрического поля соответствует полю в области на этапе лавинного разряда, когда объемный заряд еще не влияет на электрическое поле в межэлектродном промежутке.

Выше всего оказалась скорость лавины в модели с аргоном, соответственно и стример в этой модели появился раньше (рис. 22а). Разница в скоростях стримеров (рис. 22б) тоже обусловлена подвижностью электронов.

Сравнивать контурные графики для перечисленных моделей будем только для стримерной стадии процесса в моменты времени, когда длина стримеров примерно одинакова.

На рисунке 26 видно, что распределение объемной плотности суммарного заряда во всех

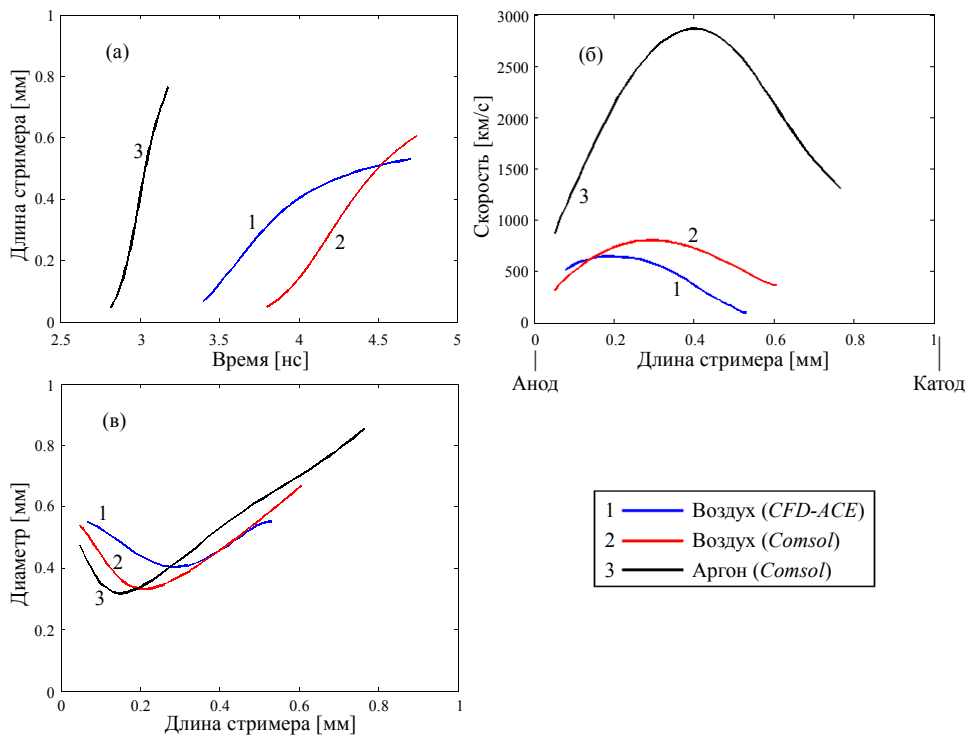


Рис. 25. Интегральные параметры стримеров: зависимости длины стримера от времени (а), скорости стримера (б) и диаметра головки стримера (в) от его длины.

моделях однотипно: положительный заряд сосредоточен в области головки стримера и на границе плазменной области, есть максимум отрицательного заряда в узкой прианодной области, а в канале стримера суммарный заряд равен нулю. Отличается лишь толщина переходного слоя между плазменным каналом и внешней областью.

Структура электрического поля (рис. 27) во всех моделях тоже одинакова. Отличаются лишь количественные значения электрического поля (хотя они одного порядка), а так же диаметры стримерных головок и толщина плазменных каналов.

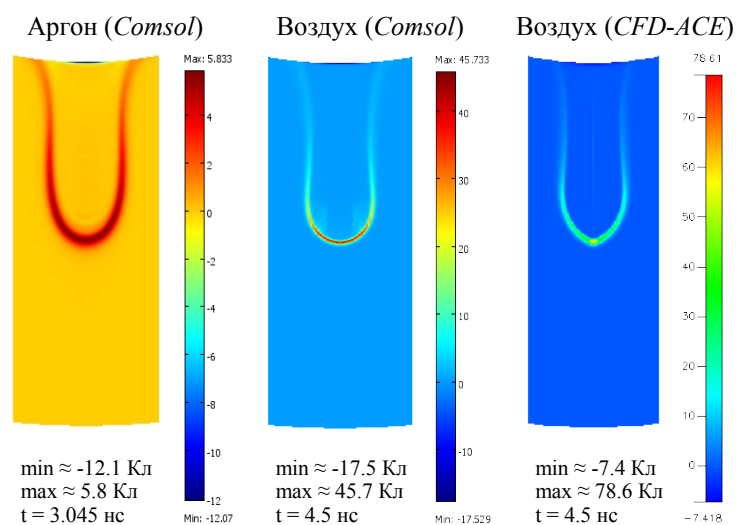


Рис. 26. Объемная плотность заряда. Для компактности из полной модели выделена область, содержащая стример; анод – сверху, катод – снизу. Цветовые палитры в *Comsol* и *CFD-ACE* отличаются.

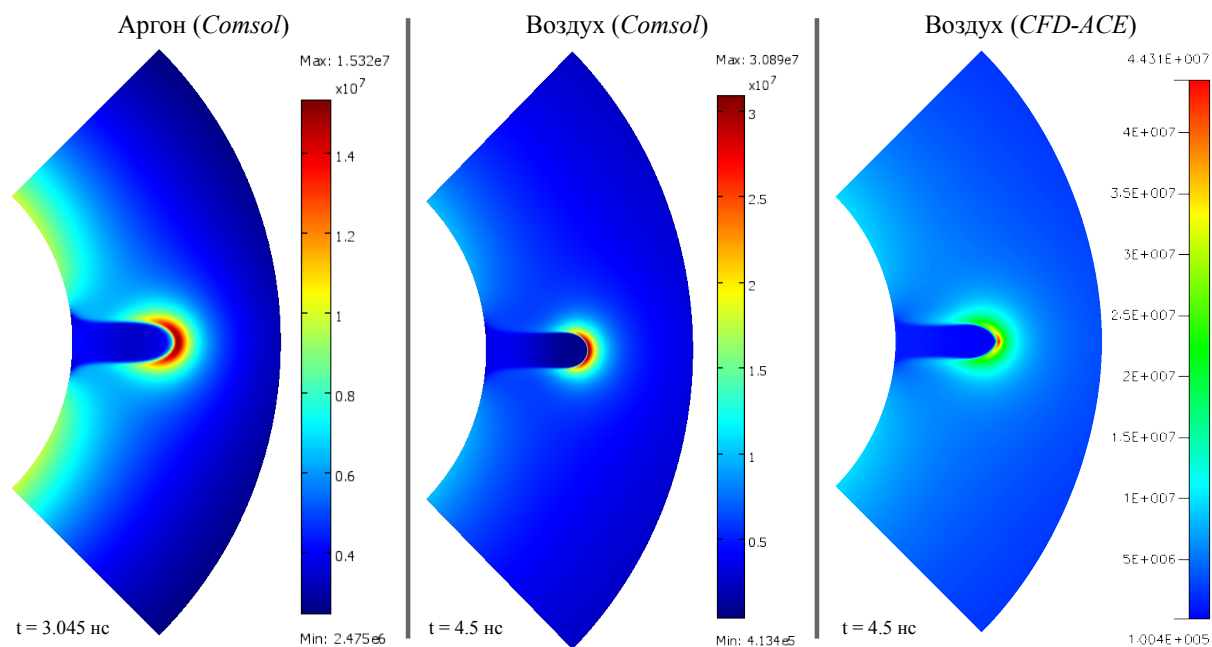


Рис. 27. Напряженность электрического поля. Цветовые палитры в *Comsol* и *CFD-ACE* отличаются.

5. Заключение

Основным преимуществом данной модели является использование минимально возможного количества уравнений для описания всех основных параметров газового разряда в воздухе. Использование дрейфово-диффузионного приближения (2) избавляет от необходимости расчета функций распределения частиц по энергиям, а также учета различных энергетических реакций, которые не сопровождаются изменением заряда частиц. Использование усредненных характеристик положительно и отрицательно заряженных ионов, параметры которых берутся из эксперимента, избавляет от необходимости учитывать большое количество основных реакций взаимодействия между различными компонентами воздуха.

В работе в рамках компьютерной модели стримера рассчитана структура короткого катодонаправленного стримера в слабонеоднородном поле.

Показано, что стример имеет квазицилиндрический канал, в котором напряженность поля существенно понижена, и головку, по форме близкую к эллиптической и окаймленную тонким слоем объемного заряда медленных положительных ионов, обеспечивающую высокую напряженность поля перед ней. Локальная напряженность поля перед головкой превышает среднюю напряженность поля в канале на два порядка.

На стадии сформировавшегося стримера ионизация газа идет преимущественно в тонком полусферическом слое непосредственно перед головкой, а в канале преобладает прилипание электронов.

Ионизация обеспечивает постоянное удлинение проводящего стримерного канала и перемещение окаймляющего головку слоя объемного заряда на внешнюю границу текущего состояния проводящей головки, т.е. в направлении распространения стримера. Это в свою очередь приводит к перемещению локального максимума электрического поля и зоны интенсивной ионизации и обеспечивает движение т.н. волны ионизации.

Рассчитанная скорость прорастания стримера в воздухе на самостоятельном этапе развития составила около 1000–1600 км/с, что согласуется с данными некоторых экспериментов [14] (~ 1000 км/с), несмотря на отличия в длине стримера: на эксперименте обычно измеряется средняя скорость стримера на отрезке длиной как минимум несколько сантиметров [12], а в представленной модели длина стримера достигает лишь миллиметра.

Показано, что движение положительной головки стримера в нейтральной среде возможно только при наличии внешних либо собственных источников ионизации перед головкой стримера, например, подсветкой ультрафиолетом или излучением из стримера соответственно. Это излучение должно обеспечить достаточное количество затравочных электронов перед головкой стримера.

Исследовано влияние уровня собственной и внешней фотоионизации на характер распространения стримера. Показано, что у анода на начальных этапах развития, движение положительного стримера обеспечивается электронами затравочной лавины, далее скорость развития стримера зависит от уровня фоновой концентрации электронов перед стримерной головкой, которую может обеспечить процесс фотоионизации. При этом важно прежде всего само наличие дополнительного источника. Мощность фотоионизации в определенном диапазоне слабо влияет на основные параметры стримера. Коэффициент поглощения ионизирующего излучения существенно замедляет стример только когда характерная длина поглощения становится меньше по порядку, чем радиус головки. Учет фотоионизации и ионизация внешним источником дают качественно и количественно схожие картины стримеров.

Из результатов моделирования видно, что радиус головки сформировавшегося стримера на начальных этапах развития монотонно растет. На масштабах порядка 1 мм и временах порядка 5 нс реакция прилипания электронов и наличие отрицательных ионов практически не влияют на процесс распространения стримера.

Список литературы

1. Райзер Ю.П. Физика газового разряда. М.: Наука 1992. 536 с.
2. M.M. Nudnova, A.Yu. Starikovskii Streamer head structure: role of ionization and photoionization // Journal of Physics D: Applied Physics. 2008. Vol. 41 no. 234003.
3. U. Ebert et.al. The multiscale nature of streamers // Plasma Sources Science and Technology. 2006. Vol. 15 no. S118.
4. E.M. van Veldhuizen, W.R. Rutgers Pulsed positive corona streamer propagation and branching // Journal of Physics D: Applied Physics. 2002. Vol. 35 no. 2169.
5. Alejandro Luque, Valeria Ratushnaya, Ute Ebert Positive and negative streamers in ambient air: modeling evolution and velocities // Journal of Physics D: Applied Physics. 2008. Т. 41 № 234005.
6. Базелян Э.М., Райзер Ю.П. Физика молнии и молниезащиты. М.: Физматлит 2001. 320 с.
7. Стишков Ю.К., Самусенко А.В. Особенности распространения электронных лавин в неоднородных электрических полях // Вестник Санкт-Петербургского Университета. Сер. 4: Физика, химия. 2009. Т. 3. С. 36–44.
8. Самусенко А.В., Стишков Ю.К., Пек Б.Э. Особенности лавинно-стримерного перехода в однородном и неоднородном электрическом поле // Сборник трудов IX Международной научной конференции «Современные проблемы электрофизики и электрогидродинамики жидкостей» / Физический факультет СПбГУ. Санкт-Петербург: 2009. С. 206–209.
9. J. Dutton A survey of electron swarm data // J. Phys. Chem. Ref. Data. 1975. Vol. 4 no. 3. Pp. 577–856.
10. J.W. Gallagher, E.C. Beatty, J. Dutton, L.C. Pitchford An annotated compilation and appraisal of electron swarm data in electronegative gases // J. Phys. Chem. Ref. Data. 1983. Vol. 12 no. 1. Pp. 133–152.
11. Королев Ю.Д., Месяц Г.А. Физика импульсного пробоя газов. М.: Наука 1991. 224 с.
12. Базелян Э.М., Райзер Ю.П. Искровой разряд. М.: изд-во МФТИ 1997. 320 с.
13. Alejandro Luque, Ute Ebert, Carolynne Montijn, Willem Hundsdorfer Photoionization in negative streamers: fast computations and two propagation modes // Applied Physics Letters. 2007. Vol. 90 no. 081501.
14. G.J.J. Winands. Efficient streamer plasma generation: Ph.D. thesis / Netherlands. 2007.

Публикации автора

- 1) Самусенко А.В., Стишков Ю.К., Пек Б.Э. Особенности лавинно-стримерного перехода в однородном и неоднородном электрическом поле // Сборник трудов IX Международной научной конференции «Современные проблемы электрофизики и электрогидродинамики жидкостей». Санкт-Петербург, 2009. С. 206–209.
- 2) Самусенко А.В., Стишков Ю.К., Пек Б.Э. Моделирование катодонаправленного стримера в неоднородном электрическом поле // Вестник Санкт-Петербургского Университета. Сер. 4: Физика, химия. 2010. (статья сдана в печать)

Приложение А

Настройки решателя

В конечно-элементной модели в пакете *Comsol* переменным n_+ , n_e , n_- , n_{ph} и φ соответствовали переменные: c , $c2$, $c3$, $c4$, V . (Обозначения автоматические и не было смысла их переопределять)

- Solver: Time dependent segregated
- Times: [0:0.1e-9:2.6e-9,2.6e-9+0.02e-9:0.02e-9:6e-9]
- Relative tolerance: 5e-4
- Absolute tolerance: c 5e2 $c2$ 5e2 $c3$ 5e2 $c4$ 5e2 V 5e-1
- Порядок расчета переменных: V , c , $c2$, $c3$, $c4$
- Time steps taken by solver: Intermediate
- Maximum time step: 1e-11
- Для расчета c , $c2$ и $c3$:
 - Linear solver: GMRES
 - * Maximum number of iterations: 10000
 - * Number of iterations before restart: 300
 - Preconditioner: SSOR
 - * Number of iterations: 2
- Для расчета V и $c4$:
 - Linear solver: Direct (UMFPACK)
 - * Pivot threshold: 0.1
 - * Memory allocation factor: 0.7

В отличие от решателя UMFPACK, который используется по умолчанию, итерационный решатель требует меньше оперативной памяти при расчетах, что позволяет решать модели с большим количеством элементов.

Приложение Б

Определение диаметра головки стримера

Диаметр головки считаем равным 4-расстояние, на котором поле перед головкой стримера спадает в 2.25 раза, т.к. при аппроксимации используется следующая зависимость:

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{UR}{r^2} \cdot K \quad (18)$$

Формула 18 для поля E на оси цилиндрического канала со сферическим окончанием (перед стримерной головкой) взята из [6]. Коэффициент K в ней присутствует для учета несферичности заряженного «электрода».

Пусть:

$$\frac{E(R)}{E(r_2)} = 2.25$$

Тогда:

$$E(r_2) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{UR}{r_2^2} \cdot K = \frac{1}{2.25} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{U}{R} \cdot K \rightarrow \left(\frac{R}{r_2}\right)^2 = \frac{1}{2.25} \rightarrow R = \frac{r_2}{1.5} \quad (19)$$

Здесь R – радиус головки, r_2 – точка на оси, в которой поле в 2.25 раза меньше максимального (рис. 28).

Соответственно, мы легко можем измерить на линейных графиках поля E расстояние $(R - r_2)$, откуда и получим диаметр головки (см. рис. 29). В *Comsol* данная процедура легко автоматизируется с помощью скриптов.



Рис. 28. Схема к формуле 19.

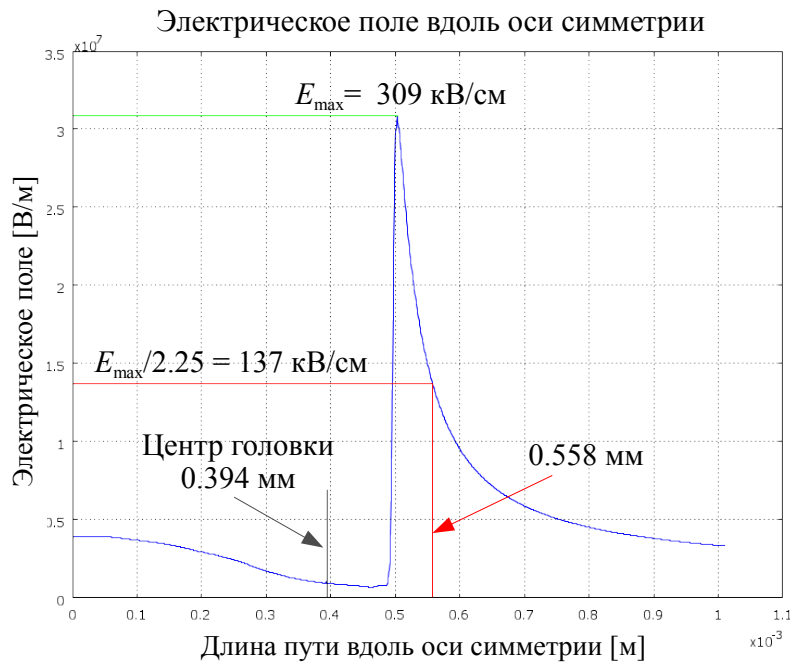


Рис. 29. Пример расчета диаметра головки по линейному графику поля E вдоль оси симметрии.